

金属板材双轴压缩变形行为研究进展

石宝东^{1,2}, 石瑞^{1,2}, 赵辉^{1,2}, 刘志佳^{1,2}, 邵为义^{1,2}, 潘荣剑³

- (1. 燕山大学起重机械关键技术全国重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;
2. 燕山大学国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004;
3. 中国核动力研究设计院第一研究所, 四川 成都 610005)

摘要: 金属塑性成形过程中通常受到多向加载, 而单轴实验只能反映一个方向的力学响应, 无法表征多向加载时金属的变形行为。为了准确描述金属成形过程, 对板材的力学性能研究必须从单轴扩展至双轴甚至多轴。在拉伸、锻造和挤压等实际成形过程中, 金属通常在复杂的双轴压缩应力下发生变形, 然而, 目前双轴压缩应力状态对金属塑性变形机制的影响尚不清晰。因此, 综述了镁合金以及铝合金等在双轴压缩载荷下的力学响应及对应的微观组织演化过程。首先, 介绍了压缩过程中使用的夹具和加载路径。之后, 重点分析了双轴变形时 HCP 金属孪晶类型以及孪晶变体的选择, 结果表明, 压缩和二次压缩时, 宏观应力和应变的积累促进了孪晶的形成, 并且二次孪晶与材料的实际屈服应力值有关。最后, 归纳了双轴压缩下常用的本构模型, 并展望了未来发展趋势。

关键词: 双轴压缩; 金属板材; 夹具; 加载路径; 微观组织; 本构模型

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2024.07.002

中图分类号: TG113

文献标志码: A

文章编号: 1000-3940 (2024) 07-0019-11

Review on deformation behavior of sheet metal during biaxial compression

Shi Baodong^{1,2}, Shi Rui^{1,2}, Zhao Hui^{1,2}, Liu Zhijia^{1,2}, Shao Weiyi^{1,2}, Pan Rongjian³

- (1. State Key Laboratory of Crane Technology, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
3. The First Sub-Institute, Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610005, China)

Abstract: The metal plastic forming process is typically subjected to multi-directional loading, whereas the uniaxial experiment can only reflect the mechanical response in one direction, and it is unable to characterize the deformation behavior of metal under multi-directional loading. In order to accurately describe the metal forming process, it is necessary to extend the research on the mechanical properties of sheet from uniaxial to biaxial or even multi-axial. In the actual forming process, such as stretching, forging and extrusion, the metal usually deforms under complex biaxial compressive stress. However, the influence of biaxial compressive stress state on the plastic deformation mechanism of metal is still unclear. Therefore, the mechanical response and corresponding microstructure evolution process of magnesium and aluminium alloys under biaxial compression loads were reviewed. First of all, the fixture and loading path used in the compression process were introduced. Subsequently, the selection of HCP metal twin types and variants during biaxial deformation was analyzed. The results demonstrate that the accumulation of macroscopic stress and strain facilitates the formation of twins during compression and secondary compression, and the secondary twin is correlated with the actual yield stress value of material. Finally, the commonly used constitutive models under biaxial compression were summarized, and the prospective development trends were discussed.

Key words: biaxial compression; sheet metal; fixture; loading path; microstructure; constitutive model

板材成形过程包含多种变形过程, 如压缩、拉

伸以及剪切等^[1]。研究金属板材在单轴压缩下的力学性能和成形行为, 有利于厘清微观组织和变形机制之间的关系, 建立本构方程。

六方密排 (Hexagonal Close-packed, HCP) 结构金属如镁合金在单轴压缩过程中, 初始晶粒取向的应力-应变曲线、强度和应变硬化率具有高度的各向异性, 特别是在低温和高应变速率下^[2-6], 这是因为法

收稿日期: 2024-06-06; 修订日期: 2024-06-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51771166); 河北省自然科学基金资助项目 (E2019203452); 材料成形与模具技术国家重点实验室开放课题 (P2023-004)

作者简介: 石宝东 (1982-), 男, 博士, 教授

E-mail: baodong.shi@ysu.edu.cn

向 (Normal Direction, *ND*) 试样的早期变形主要为晶体滑移, 与轧制方向呈 45° 方向的试样的早期变形主要为晶体滑移和 $\{10\bar{1}2\}$ 孪晶, 而轧制方向 (Rolling Direction, *RD*) 试样的早期变形主要为 $\{10\bar{1}2\}$ 孪晶。 $\{10\bar{1}2\}$ $\langle 10\bar{1}1 \rangle$ 拉伸孪晶 (Tention Twins, TTWs) 由于具有较低的临界分解剪切应力 (Critical Resolve Shear Stress, CRSS) 而易于大量活化, 这使镁合金在单轴压缩下的强度、延展性以及成形性^[7-8] 得到提高。

为了准确地描述单轴压缩中的滑移与孪晶之间的内在变形机制, 刘正等^[9] 定义了一个基于 Schmid 因子且与应变速率硬化规律有关的函数, 该函数考虑了 $\{10\bar{1}2\}$ 拉伸孪晶的激活效应, 解决了塑性变形初期, 拉伸孪晶引起应力-应变曲线形状变化的难题。Malik A 等^[10] 在本构分析的基础上, 采用数值模拟讨论了 ZK61 镁合金在单轴压缩下的应力-应变曲线, 并对此过程中的显微组织及织构变化进行了分析, 结果表明, 加工历史会使材料中的微观组织发生变化, 进而影响材料的宏观力学性能。

然而, 在实际的拉伸、锻造以及挤压等过程中, 加载路径是多向的, 单轴加载过程中获得的数据不足以描述金属在实际工况下的力学性能。为了更好地改进和优化板材成形时的加工参数和加工工艺, 必须将金属的应力状态从单轴扩展至双轴甚至多轴^[11-15]。其中, 双轴压缩实验可以更准确地描述材料在多个轴上的压应力状态, 提供更多的轴向变形数据^[16]。

本文从双轴压缩的应力状态出发, 总结了实现双轴压缩加载时的夹具、加载路径对力学行为的影响以及相应的微观结构演化和现有的屈服函数和硬化模型。最后对金属双轴压缩的未来研究重点进行了展望。

1 夹具与加载路径

1.1 夹具装置

对金属进行力学测试可以深入了解板材的力学性能, 包括强度、刚度、延展性和韧性等^[17-21], 可用于评估结构或产品在外部载荷作用下的应力、应变分布和变形行为。双轴加载时最常用的试样是十字形试样。这种试样不仅可以记录下二维应力-应变空间的大部分数据, 而且加载路径可以随着平面内的再加载方向而改变, 使材料在加载过程中更接近实际工况^[22]。

在双轴加载力学实验中, 夹具起着固定试件、传递载荷和稳定试件位置的作用, 特别是在压缩实验中, 夹具的设计具有关键作用。夹具的缺失会导致金属板材在加载时发生屈曲失稳, 使试件的某一部分出现应力集中, 甚至提前失效。设计夹具时首先要保证足够的强度和刚度, 使试样在压缩过程中不会发生失稳或破坏, 确保实验结果的可靠性和可重复性。此外, 设计的夹具应使施加的应力在试样上均匀分布, 避免应力集中和局部变形。同时夹具本身的设计必须保证轻量化、方便装卸、可持续利用等特点。

图 1a 为 Kossa A^[23] 所设计夹具的三维 CAD 模型, 蔡登安等^[24] 在此基础上对夹具结构进行了简化, 如图 1b 所示。图 1c 为两种夹具作用时试件的应力状态, 其中, F 为施加的力。此类夹具的优点是在单轴试验机上进行双轴测试, 并且结构简单, 易于制造。但试样在此类夹具中的加载路径较单一, 并且施加的应力有限。

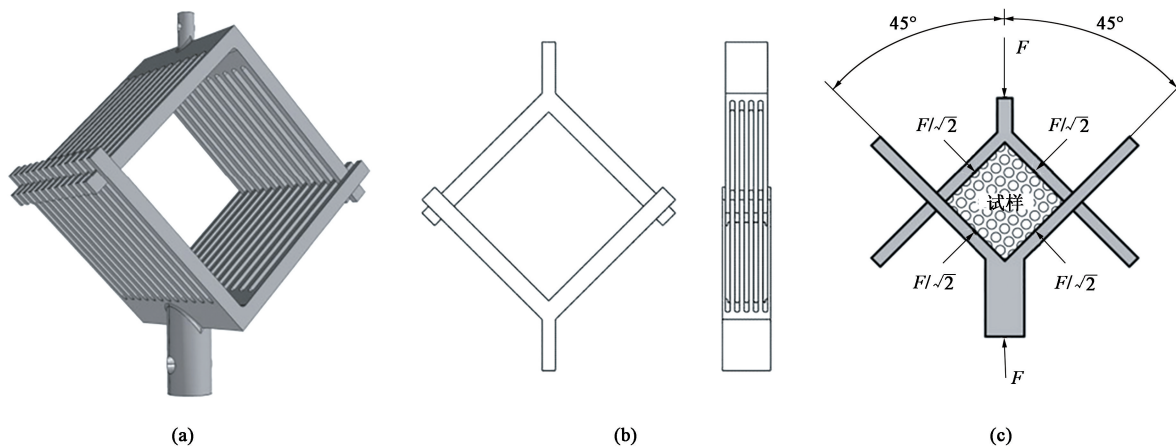


图 1 可在单轴试验机上实现双轴实验的夹具

(a) 夹具的三维 CAD 模型^[23] (b) 改进后的夹具^[24] (c) 两种夹具下的试样受力状态

Fig. 1 Fixture that can be used for biaxial experiment on a uniaxial experiment machine

(a) Three-dimensional CAD model of fixture^[23] (b) Improved fixture^[24] (c) Force state of sample at two fixtures

贾东等^[25]研制了一种双轴压缩加载装置,如图2所示,采用不同的动力装置组成特殊结构。此装置可以实现不同比例下的单轴和双轴加载,并且加载时可以分别实现位移控制和力控制。但夹具中包含的零件过多,这造成样品装卸困难,操作步骤繁琐。石宝东等^[26]设计了一种用于双轴加载过程的十字形压缩试样夹具,如图3所示,此夹具既可用于十字试样的常规压缩实验,也可以用于十字试样的拉压循环加载实验。并且该夹具的结构简单,加工方便,实验精度高。但定位孔处采用了销连接,这造成装卸不便。黄光胜等^[27]设计了一种可以进行原位双轴压缩实验装置(图4),该装置可以实现对方形试样在两个垂直方向上的同步压缩,且结构简单,成本低。

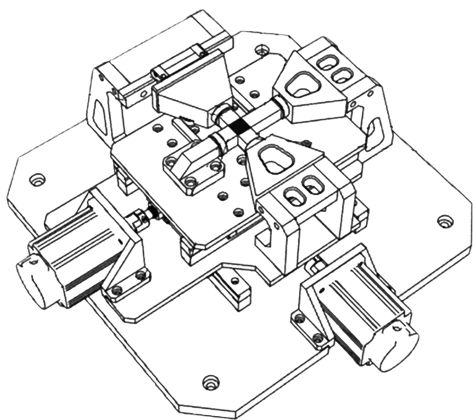


图2 文献[25]中的用于双轴压缩的夹具

Fig. 2 Fixture used for biaxial compression in literature [25]

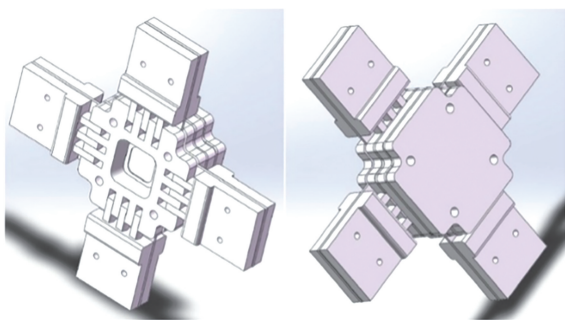


图3 文献[26]中的双轴压缩夹具

Fig. 3 Biaxial compression fixture in literature [26]

1.2 加载路径

加载路径或应变路径是指材料所经历的变形历史,包含变形量、变形方式等。当加载路径、应变速率、应力状态和加载方向改变时,材料会表现出特定的力学行为,如加工硬化和各向异性。研究表明,预变量和应变硬化程度对各向异性和应变硬化有显著影响^[28]。通过对双轴压缩下不同加载路径进行研究,可以进一步分析并模拟金属板材在特定加

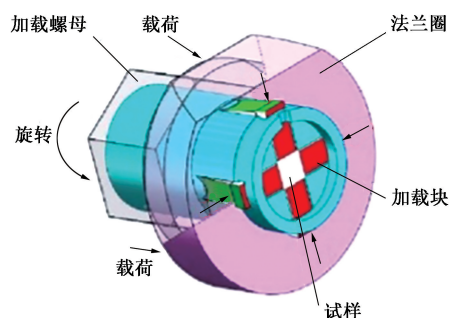


图4 文献[27]中的原位双轴压缩实验装置

Fig. 4 In-situ biaxial compression experimental device in literature [27]

载路径下的宏观力学行为。例如, Shimizu I 等^[29-31]利用自行设计的双轴压缩试验机进行了不同应变比下的线性应变路径和非线性应变路径突变实验,研究表明,应变路径对力学性能和成形极限具有依赖关系。Kulawinski D 等^[32]在双轴平面实验中采用整体弹性卸载的方法测量局部刚度,进一步确定了材料在双轴压缩过程中的力学性能。但在压缩过程中使用了支撑板来夹紧试样,这引入了非常大的摩擦力。Yang X 等^[33]研究了双相(DP780)钢在4个象限完整空间内的变形机理,研究表明,在压缩载荷作用下,位错滑移在边界处更早地被激活,使材料较早屈服。对变形后的组织和织构演变分析表明,双轴加载下的压缩载荷不仅造成大量低泰勒因子晶粒的产生,而且促进了DP780钢中初始织构向铜或旋转铜织构转变,导致了更多的变形。

由于金属成形过程通常采用非比例加载,因此研究非比例加载路径下材料的力学行为更具有现实意义。Brüning M 等^[34]对比了铝合金在比例和非比例加载路径下中心区域的应变场,研究表明,与比例加载条件下的实验相比,非比例加载条件下的实验在裂纹路径扩展和极限荷载方面存在显著差异。对DP780钢在非比例加载下的模拟结果与实验结果进行对比,包括应力-应变曲线、应变路径改变后的瞬时各向异性 r 值、屈服面演变等^[35]。结果表明,二维应力空间中的包辛格效应与加载方向、累积应变和残余应力有关。Shi B 等^[36-37]在镁合金的双轴实验中设计了非比例加载路径,并与单轴拉伸下屈服面的各向异性演化进行比较,发现各向异性材料的屈服面演化强烈依赖于加载路径。

2 微观组织

镁合金属于有六方晶体结构,在室温变形时由

于独立的滑移系较少,造成塑性低、加工困难。对镁合金变形时的微观组织进行分析,有利于丰富金属塑性变形的理论基础^[38]。在单轴实验中,金属的微观组织的演变会影响材料的力学性能,而双轴加载时的力学行为相较单轴加载而言更为复杂。本节总结了镁合金在双轴压缩下的微观组织演化对力学性能的影响。

2.1 一次和二次孪生的作用

{10 $\bar{1}$ 2} 拉伸孪晶在变形镁合金中的作用包括:(1) 调节变形产生的塑性应变,降低材料的流动应力和应变硬化率;(2) 使晶粒尺寸发生变化,产生 Hall-Petch 硬化;(3) 孪晶织构会使滑移系产生变化^[39]。信运昌等^[40-41]研究了镁合金二次压缩过程中 {10 $\bar{1}$ 2} 拉伸孪晶的强化和硬化机制,发现 {10 $\bar{1}$ 2}

拉伸孪晶还可以通过晶粒细化和晶体取向再分布^[42-43]来改善镁合金的拉压不对称性。Molnar P 等^[44]补充了应变路径改变对可逆孪晶的影响,证明了高体积分数的孪晶必然会影晌应变路径改变时的变形行为。Wang Z 等^[45]研究了不同变形模式下晶粒的取向和晶粒之间的相互作用。图 5 为 Wang Z 等^[45]研究中观测区压缩过程中的应变云图,反映了变形时局部应变集中程度,其中,ED 为挤压方向 (Extrusion Direction); ERD 为挤压径向 (Extrusion Radial Direction)。如图 5a 所示,观察到明显的应变集中。随着应变的累积,局部应变集中在 {10 $\bar{1}$ 2} 拉伸孪晶中,如图 5b 和图 5c 中的黑框所示。这表明在压缩和二次压缩时,宏观应力和应变的积累促进了拉伸孪晶的形成。

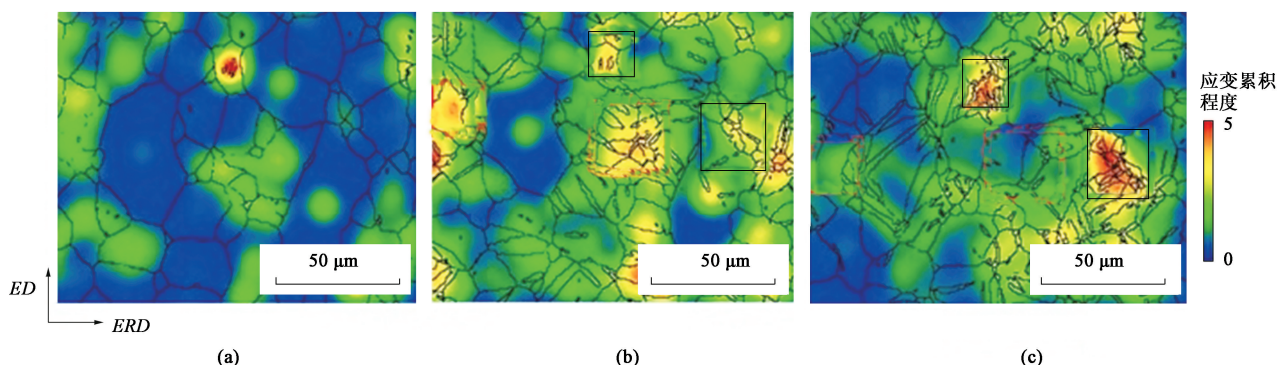


图 5 压缩实验中观察区域的应变云图

(a) 未压缩试样 (b) 3.5%-ED (c) 3.5%-ED+3.8%-ERD

Fig. 5 Strain nephograms in observed areas during compression experiments

(a) Uncompressed sample (b) 3.5%-ED (c) 3.5%-ED+3.8%-ERD

石章智等^[46-47]研究了不同压应力下产生的孪晶对镁合金力学性能的影响,发现双轴压缩过程中普遍存在 {10 $\bar{1}$ 2}-{10 $\bar{1}$ 2} 双拉伸孪晶,这是由于相关或孤立的形核机制促进了孪晶对的产生。同时,指出了未来对双拉伸孪晶的研究工作应集中在模拟复合孪晶结构的形成以及一次和二次拉伸孪晶界面结构的实验观察^[48]。Qiao H 等^[49]通过扩展 EVPSC-TDT (Elasto-Visco-Plastic Self-Consistent, 弹粘塑性自洽) 模型,研究了 {10 $\bar{1}$ 2}-{10 $\bar{1}$ 2} 二次孪晶对轧制态 AZ31 镁合金在应变路径变化下变形特性的影响。该模型可以很好地再现 TD (Transverse Direction) 二次压缩时材料的应力-应变曲线,如图 6 所示。随着预压缩量的增加,考虑二次孪晶的预压缩结果与不考虑二次孪晶的预压缩结果之间的差异越来越明显。当预压缩量较大时,若不考虑二次孪晶,预测结果的屈服应力值大于实际屈服应力值。

这表明二次孪晶在预测预压缩材料的变形行为中起着关键作用。

2.2 预压缩下的孪晶、去孪晶和组织变化

在应变路径变化的再加载过程中,预应变引起的初始滑移会增大孪核的激活应力,使屈服应力增大。预应变对再加载变形的影响涉及初始位错、孪晶与再加载变形模式之间的相互作用。深入了解预应变对后续变形的影响,有助于通过预应变来实现对金属变形的控制。Hong S G 等^[50]通过考虑孪晶和非孪晶区域的主动变形模式、孪晶的 Hall-Petch 硬化以及位错相互硬化等综合作用,成功地解释了预压缩材料的变形特性。Sarker D 等^[51]研究了高、低预应变水平下两个相互垂直的方向上的压缩过程对应变峰值和硬化阶段的影响。结果表明,在平面预应变下,孪晶降低了初始材料的各向异性^[52]。

预应变变量对板材后续变形时去孪晶趋势的影响

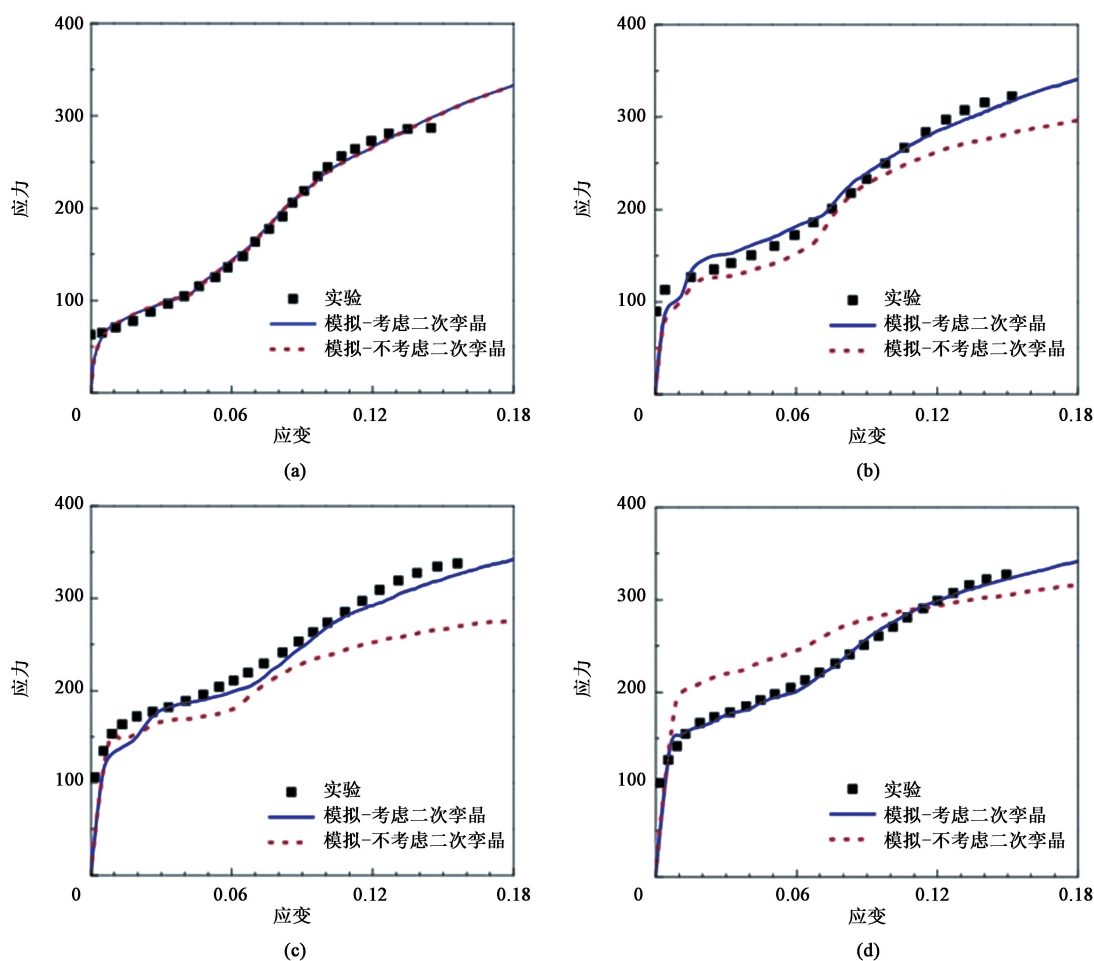


图6 有或无二次孪晶的应力-应变模拟曲线以及实验数据

(a) 0%预压缩 (b) 3%预压缩 (c) 6%预压缩 (d) 9%预压缩后沿TD压缩

Fig. 6 Simulated stress-strain curves with or without secondary twinning as well as experimental data

(a) 0% pre-compressed (b) 3% pre-compressed (c) 6% pre-compressed (d) Compression along TD after 9% pre-compressed

也值得关注。Li Y 等^[53]利用电子背向散射衍射 (Electron Back-Scattered Diffraction, EBSD) 研究了 AZ31B 镁合金在热成形过程中的去孪晶活性。结果表明, 孪晶生长和去孪晶均需要极低的剪应力。Sarker D 等^[54]研究了 AM30 合金在应变路径改变时硬化行为、织构演变与去孪晶之间的关系。结果表明, 去孪晶引起的孪晶宽度变化以及随后织构成分强度的变化与镁合金初始织构的类型有关。

2.3 孪晶变体的选择机制及其影响

镁合金具有六方密排结构, 这决定了镁合金在不同晶轴方向上原子间距和结构排列的不同, 从而导致材料力学性能的差异。此外, 镁合金力学性能的各向异性还与基面滑移系的数量和方向分布、不同的制造工艺和热处理条件、某些缺陷和位错以及孪晶及其变体的存在有关。孪晶及其变体的存在会引起晶格旋转, 这对镁合金的力学各向异性和应力

不对称性起着重要作用。

Song B 等^[55]、信运昌等^[56]研究了变形时不同阶段 $\{10\bar{1}2\}$ 孪晶变体的选择, 证明了 $\{10\bar{1}2\}$ 孪晶变体大多遵循施密德定律, 经过 TD 轧制和 RD 压缩后, 大多数孪晶可以激活多个孪晶变体。Shi Z Z^[57]研究了压缩过程中产生的复合跨晶界拉伸孪晶组织, 并分析了相关孪晶变体选择机制。研究表明, 小的双轴变形足以激活大量的 $\{10\bar{1}2\} - \{10\bar{1}2\}$ 双拉伸孪晶。为了更精确地描述双轴变形时的微观行为, 黄光胜等^[11, 58]对比了镁合金在单轴和双轴压缩实验中的微观行为, 并对所有变形机制激活的 GSF (Global Schmid Factor, 广义施密特因子) 值进行分析, 如图 7 所示。研究表明, 拉伸孪晶变体的存在会限制单轴压缩时柱面滑移的激活, 并促进双轴压缩时柱面滑移的激活。Yang B 等^[59]定量描述了镁合金在两步压缩过程中的孪晶和去孪晶行为,

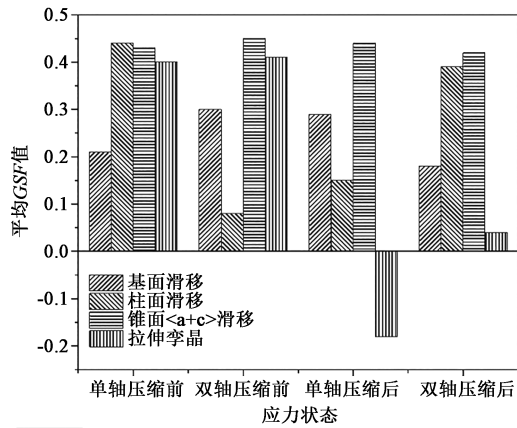


图 7 单轴及双轴压缩前后基面滑移、柱面滑移及锥面<a+c>滑移的平均 GSF 变化

Fig. 7 Mean GSF change for basal (BA), prismatic (PR), pyramidal <a+c> (PYAC) slips before and after uniaxial and biaxial compression

通过引入和计算每个孪晶的去孪晶 m (m_{det}) 与对应的孪晶 m (m_i) 之间的比值 k , 发现并证明了成对孪晶和非成对孪晶之间的变体选择是不一致的。

$$m = \cos(\phi) \times \cos(\lambda) \quad (1)$$

式中: m 为孪晶的几何相容性参数; ϕ 为 $\{10\bar{1}2\}$ 拉伸孪晶平面法线方向与加载力的夹角; λ 为 $\{10\bar{1}2\}$ 拉伸孪晶剪切方向与加载力的夹角。

Xin Y 等^[60]发现孪晶变形会产生基体旋转, 削弱 AZ31 镁合金板的强基面织构, 提高轧制性能。Xin Y 等^[61]提出了由 $\{10\bar{1}2\}$ 主孪晶和 $\{10\bar{1}2\}$ - $\{10\bar{1}2\}$ 次孪晶组成的杂化孪晶结构, 这减少了沿 RD、TD 和 ND 的所有拉伸和压缩不对称性。Wang Q 等^[62]研究了中间退火预压缩前后晶粒尺寸、孪晶行为、位错滑移和屈服应力之间的关系。结果表明, 两种孪晶模式对晶粒尺寸相关预退火强化 (Pre-Strain Annealing Strengthening, PSAS) 效果的影响较大。当材料晶粒尺寸较小时, 以孪晶生长模式为主, 导致 PSAS 效应较低。当晶粒尺寸较大时, 情况正好相反。设计获得不同应力条件下的力学性能的装置和试样是困难的, 这可能是双轴压应力作用下的微观组织演化与孪晶变化之间关系研究不充分的主要原因。

2.4 晶间应力

加载路径依赖性与晶粒内外应力水平的不均匀性有关^[63]。多晶金属在加载过程中屈服不均匀导致了晶间应力的产生。这些应力在卸载后仍然存在, 并被施加到下一个应变路径^[64]。复杂的应变路径和多晶的弹塑性各向异性导致晶体间应变分布不均匀^[65], 进而影响屈服强度和加工硬化等宏观响应。

为了获得晶粒邻域对晶格应变演化的贡献, 采

用了多种方法来研究这种行为, 例如利用原位中子和同步加速器 X 射线衍射技术分析金属的微观结构和晶间应变演化, 从而了解甚至预测复杂加载路径下的宏观行为。比如 Gonzalez D 等^[66]采用原位衍射实验和晶体塑性模型相结合的方法, 研究了奥氏体不锈钢在双轴非比例加载路径下的晶格应变和强度演化规律。该模拟能够正确预测晶格应变演化, 并且可以正确量化加载路径变化时的弹性各向异性、塑性滑移和晶粒邻域的贡献。Upadhyay M V 等^[67]研究了狗骨形和十字形试样在原位中子衍射测量时不同晶族间晶格应变演化的差异。结果表明, 晶粒邻域对晶格应变演化的贡献高度依赖加载条件。

3 本构模型

本构模型用于描述材料的力学性能和行为, 其根据输入的物理量 (应变、应力), 预测材料在给定加载条件和材料参数下的应力、应变、变形和破坏行为。本构模型的建立有助于评价结构的强度、刚度和稳定性, 并对实际工程设计进行指导。本构模型主要分为屈服函数和硬化模型。本节对现有的双轴压缩应力状态下的本构模型进行了总结。

3.1 双轴压缩屈服函数

屈服函数的建立有利于分析金属在加载过程中的拉伸和压缩不对称性。金属在弹塑性变形过程中, 初始屈服函数准确地预测了材料的屈服点。配合适当的流动法则, 屈服函数又可以准确地描述金属的塑性流动^[68]。Khan A S 等^[69]研究了钛合金在不同应变速率下的双轴变形行为。同时, 采用各向同性硬化条件下的 Khan-Huang-Liang (KHL) 方程模拟了材料在不同加载条件下的大变形响应。屈服函数如式 (2) 所示:

$$\sigma = \left[A + B \left(1 - \frac{\ln \dot{\epsilon}}{\ln D_0^p} \right)^{n_1} \epsilon_p^{n_0} \right] \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}^*} \right)^C \left(\frac{T_m - T}{T_m - T_{\text{ref}}} \right)^k \quad (2)$$

式中: σ 、 ϵ_p 、 $\dot{\epsilon}$ 分别为有效应力、有效塑性应变和应变速率; T_m 、 T 、 T_{ref} 分别为熔化温度、电流温度和参考温度, 单位为 K; D_0^p 为任意选择的上限应变率, 取 $D_0^p = 10^6 \text{ s}^{-1}$; A 、 B 、 C 、 k 、 n_0 、 n_1 均为材料参数; $\dot{\epsilon}^*$ 为特定应变速率, 取 $\dot{\epsilon}^* = 1 \text{ s}^{-1}$ 。

Cardoso R P R 等^[70]提出了一种新的广义二次屈服函数, 该函数准确描述了金属的塑性各向异性和 HCP 材料的典型拉压不对称行为, 如式 (3) 所

示。该屈服函数可同时预测各向异性 r 值和定向流动应力。

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{c(u, \beta)} \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{(g+H)\sigma_{xx}^2 + [F(u)+H]\sigma_{yy}^2 - 2H\sigma_{xx}\sigma_{yy} + 2N\tau_{xy}^2}{F(u)+g+H}} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{|\sigma_2| - |\sigma_1|}{|\sigma_2|} \quad (4)$$

式中： $\bar{\sigma}$ 为等效应力； $c(u, \beta)$ 为定义屈服应力各向异性的新系数； u 为常数，取值范围为 $[0, 1]$ ，其中 $u=0$ 表示轧制方向， $u=0.125$ 表示与轧制方向呈 45° ， $u=0.25$ 表示与轧制方向呈 90° ， $u=1.0$ 再次表示轧制方向； β 为常数， $\beta=0$ 时，双轴应力处于对称状态，当 $\beta=1$ 时，为单轴应力状态，当 $0 < \beta < 1$ 时，应力状态介于单轴和对称双轴应力状态之间； σ_{xx} 、 σ_{yy} 、 τ_{xy} 分别为 X 方向、 Y 方向的正应力以及切应力； F 、 g 、 H 和 N 为拟合 r 值时的系数； σ_1 、 σ_2 分别为 X 和 Y 方向上的应力。

Tang B 等^[71]利用由各向异性参数组成的两个变换矩阵对 Drucker 屈服函数进行了扩展。该屈服准则很好地预测了铝合金的各向异性屈服和塑性变形。

$$\sigma_{Cb} = \frac{3}{-3(h_x + h_y) + [(c'_1{}^2 + c'_1c'_2 + c'_2{}^2)^{\frac{3}{2}} - c''_1c''_2(c'_1 + c'_2)]^{\frac{1}{3}}} \quad (5)$$

式中： σ_{Cb} 为平面内等轴压屈服应力； h_x 、 h_y 为沿轧制方向（RD）、横向（TD）的压力敏感性参数； c'_1 、 c'_2 、 c''_1 、 c''_2 均为各向异性参数，通过沿不同方向各向异性 r 值和单轴拉伸时的屈服应力进行标定。

宏观屈服各向异性和强度差效应是孪晶织构演化、滑移和各向异性硬化等微观组织的宏观表现。因此，尽管唯象学本构模型因其较高的计算效率而备受关注，但晶体塑性模型仍然是研究金属屈服行为的重要工具。Qiao H 等^[72]首次采用 EVPSC-TDT 模型对 AZ31 镁合金轧制板材在平面应力作用下的屈服行为进行了数值研究。如图 8 所示（其中 $P_1 \sim$

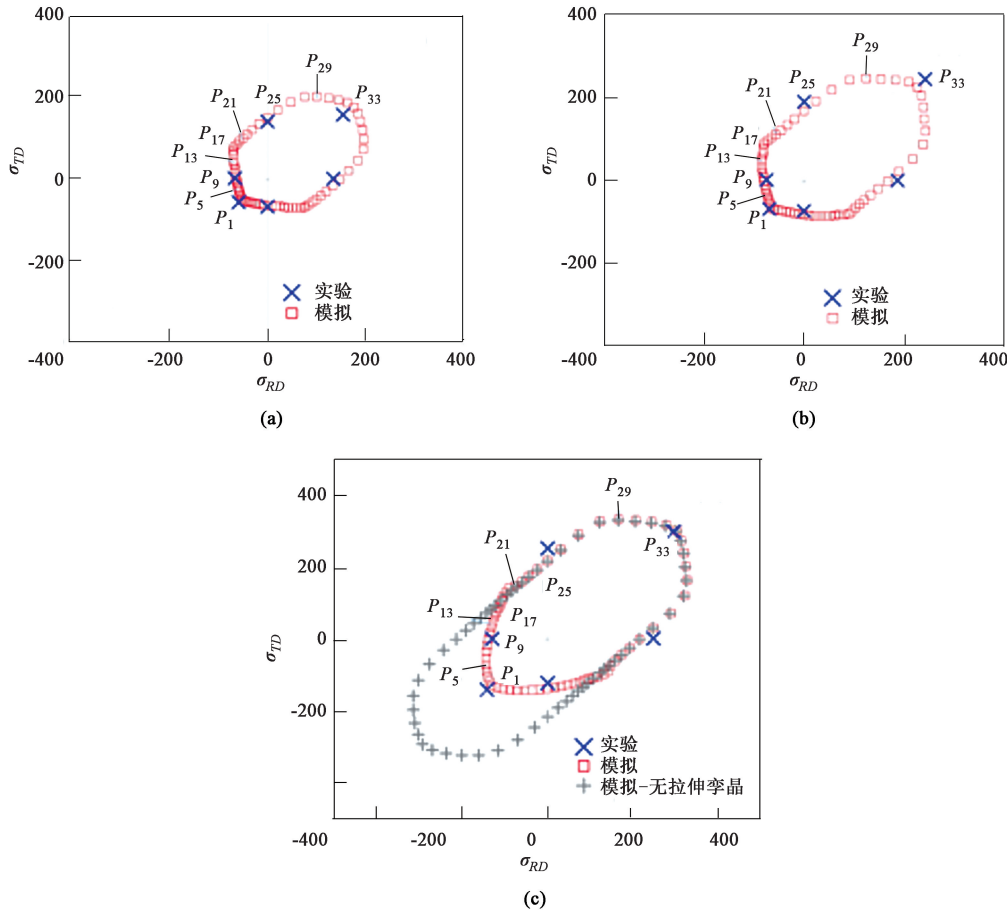


图 8 RD 方向不同压缩塑性应变时的 AZ31 板镁合金在 RD-TD 平面的屈服面

(a) 0.2% (b) 1.0% (c) 5.0%

Fig. 8 Yield surface of AZ31 magnesium alloy plate in RD-TD plane corresponding to different compression plastic strains in RD direction

P_{33} 表示塑性变形时沿屈服面各变形模式的相对活性), 随着变形量的增加, 变形中产生的压缩孪晶逐渐削弱了屈服面在第 1 象限的加工硬化行为, 而双轴压缩时激活的拉伸孪晶影响着屈服面在第 2、3、4 象限的形状。Wang J 等^[73] 在多轴应力条件下, 对挤压态 ZK60 镁合金试样进行屈服实验, 采用准弹塑性大变形本构关系, 利用有限元软件模拟双轴加载下的大变形屈服, 但较大的变形导致了不对称屈服的演变。

3.2 双轴压缩硬化模型

加载路径变化时, 硬化模型的建立可以精准地捕捉金属变形时的各向异性行为。比如 Lee J 等^[74] 评价了 Chaboche 运动学硬化模型、Yoshida-Uemori 模型和均匀各向异性硬化 (Homogeneous Anisotropic Hardening, HAH) 模型的屈服应力和各向异性 r 值的预测能力, 发现只有 HAH 模型能够精准预测实验中的 r 值演化。然而, 对于载荷路径相关的金属屈服面, 目前还缺乏直接的实验观察。因此, 今后的设计中应以实验为基础, 更加重视具有物理意义的材料的实际屈服点, 特别是双轴应力下的屈服点, 这对提高硬化模型的可预测性非常重要。

目前, 确定金属材料的真实屈服点的宏观力学模型主流有两种: 一种是 Schwab R 等^[75] 提出的结构钢在实际屈服时屈服点现象的模型。该模型主要基于 3 个要点来描述屈服现象: 真实的上屈服点、材料共有的典型应变硬化行为以及应力状态的三轴度。同时, 此模型也可应用于材料的应变软化现象。另一种方法是测定拉伸曲线屈服应力的物理方法^[76-77]。0.1%~0.5% 的永久塑性应变法常被用来确定屈服应力。但屈服点的物理解释应该是从机械可恢复变形到机械不可恢复变形的过渡点。Sietsma J 等^[76] 认为可以用可逆位错行为来解释金属的屈服行为, 并提出了描述屈服前变形行为的模型, 如式 (6) 所示。

$$\Theta^{\text{pre}} = \frac{M^2 E s^3 \sqrt{1-s^2}}{M^2 s^3 \sqrt{1-s^2} + \rho L^2 (1+\nu) (s - \sqrt{1-s^2} \arcsin(s))} \quad (6)$$

式中: Θ^{pre} 为拉伸曲线的预屈服斜率; M 为泰勒因子; E 为杨氏模量; L 为位错段长度; s 为归一化拉伸应力, $s = \bar{\sigma}/\bar{\sigma}_c = \bar{\sigma}L/MGb$, 其中 $\bar{\sigma}$ 为等效应力, 等于拉伸实验中的施加应力; $\bar{\sigma}_c$ 为临界应力; G 为弹性剪切模量; b 为伯氏矢量; ν 为泊松比; ρ 为位错密度。

预屈服模量取决于外加应力和位错结构。因此, 该模量不仅可以用来表征非线性应变, 还可用于量化位错结构。图 9^[74] 为初始位错结构的结构参数, 其中 σ_y 为屈服应力, σ_f 为流动应力。

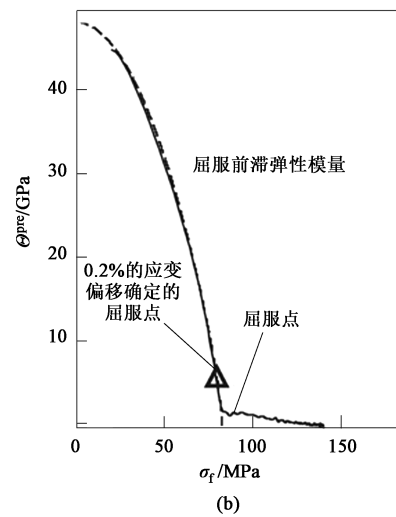
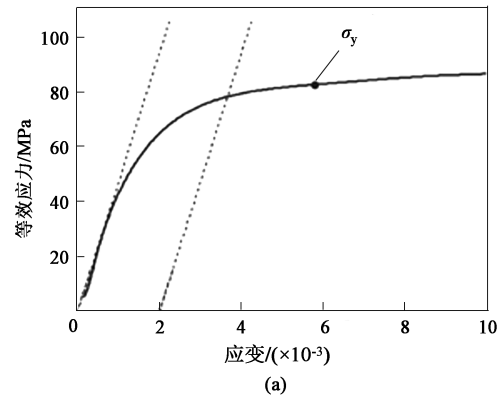


图 9 先进高强度钢的拉伸实验

(a) 拉伸实验的屈服状态

(b) 图 9a 中数据的扩展 Kocks-Mecking 图

Fig. 9 Tensile experiment of advanced high strength steel

(a) Yield state of tensile experiment

(b) Extended Kocks-Mecking plot of data in Fig. 9a

但上述两种模型均是针对单轴加载而提出, 目前仍缺乏双轴加载时材料真实屈服点的确定方法。

4 结论与展望

本文选取了双轴压缩应力状态, 对金属在加载过程中使用的夹具、材料的力学行为、微观组织以及本构模型进行总结。

目前的研究存在一些问题亟待解决, 主要体现在以下方面:

(1) 十字形试样是双轴加载时应用最广泛试

样,但针对此试样所设计的夹具种类较少。夹具的使用能有效地防止金属薄板在压缩过程中产生屈曲,使获得的力学数据更可靠。设计夹具时应保证使用时的稳定性,避免引入额外的摩擦。同时简化夹具的结构,安装时保证试样易于装配和拆卸。

(2) 材料的宏观力学行为是由微观组织的演化决定的。因此,有必要加强微观结构表征技术和研究方法,建立宏观-微观-介观的跨尺度本构模型,更准确地描述和预测金属材料在双轴加载时的力学行为。

(3) 目前,对金属双轴压缩本构模型的研究着重于引入各向异性系数、温度依赖关系以及应变率依赖关系等在原模型基础上进行改进,但是,这类模型大多是基于数学上的便利性而不是捕获现象的基本物理原理而建立的。

(4) 对于双轴加载过程中的实际屈服点,目前尚未形成统一的定义。本文从单轴的实际屈服点出发,总结了具有真实物理意义屈服点的确定方法。后续对双轴加载时真实屈服点的研究,应基于材料实际变形的力学性能和微观组织,重新建立双轴加载下的实际屈服准则。

参考文献:

- [1] Hu Jack, Zdzislaw Marciniak, John Duncan, et al. *Mechanics of Sheet Metal Forming* [M]. Oxford: Elsevier, 2002.
- [2] Zhang C, Wu D, He Y, et al. Twinning behavior, microstructure evolution and mechanical property of random-orientated ZK60 Mg alloy compressed at room temperature [J]. *Materials*, 2023, 16 (3): 1163.
- [3] Zhang H, Yang M, Hou M, et al. Effect of pre-existing $\{10\bar{1}2\}$ extension twins on mechanical properties, microstructure evolution and dynamic recrystallization of AZ31 Mg alloy during uniaxial compression [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2019, 744: 456–470.
- [4] Cheng W, Hao M, Wang L, et al. Microstructure evolution and texture tailoring during hot compression at low temperatures of an extruded dilute Mg-0.5Sn-0.5Zn-0.5Al alloy [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2020, 789: 139606.
- [5] Pei Y, Godfrey A, Jiang J, et al. Extension twin variant selection during uniaxial compression of a magnesium alloy [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2012, 550: 138–145.
- [6] Hou M, Zhang H, Fan J, et al. Microstructure evolution and deformation behaviors of AZ31 Mg alloy with different grain orientation during uniaxial compression [J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2018, 741: 514–526.
- [7] Li L, Liu W, Qi F, et al. Effects of deformation twins on microstructure evolution, mechanical properties and corrosion behaviors in magnesium alloys: A review [J]. *Journal of Magnesium and Alloys*, 2022, 10 (9): 2334–2353.
- [8] Fernández A, Prado M T P, Wei Y, et al. Continuum modeling of the response of a Mg alloy AZ31 rolled sheet during uniaxial deformation [J]. *International Journal of Plasticity*, 2011, 27 (11): 1739–1757.
- [9] Zhang F, Liu Z, Yang M, et al. Microscopic mechanism exploration and constitutive equation construction for compression characteristics of AZ31-TD magnesium alloy at high strain rate [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2020, 771: 138571.
- [10] Malik A, Wang Y, Cheng H W, et al. Constitutive analysis, twinning, recrystallization, and crack in fine-grained ZK61 Mg alloy during high strain rate compression over a wide range of temperatures [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2020, 771: 138649.
- [11] Xia D, Huang G S, Liu S, et al. Microscopic deformation compatibility during biaxial tension in AZ31 Mg alloy rolled sheet at room temperature [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2019, 756: 1–10.
- [12] Cheng Y, Fu Y, Xin Y C, et al. $\{10\bar{1}2\}$ twinning behavior under biaxial tension of Mg-3Al-1Zn plate [J]. *International Journal of Plasticity*, 2020, 132: 102754.
- [13] Fu Y, Cheng Y, Cui Y, et al. Deformation mechanisms and differential work hardening behavior of AZ31 magnesium alloy during biaxial deformation [J]. *Journal of Magnesium and Alloys*, 2022, 10 (2): 478–491.
- [14] Cai Z Y, Meng B, Wan M, et al. A modified yield function for modeling of the evolving yielding behavior and micro-mechanism in biaxial deformation of sheet metals [J]. *International Journal of Plasticity*, 2020, 129: 102707.
- [15] Raj A, Verma R K, Singh P K, et al. Experimental and numerical investigation of differential hardening of cold rolled steel sheet under non-proportional loading using biaxial tensile test [J]. *International Journal of Plasticity*, 2022, 154: 103297.
- [16] 夏大彪. 双轴应力状态下镁合金室温变形行为研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2019.
Xia D B. Study on the Deformation Behavior of Magnesium Alloy under Biaxial Stress State at Room Temperature [D]. Chongqing: Chongqing University, 2019.
- [17] Teaca M, Charpentier I, Martiny M, et al. Identification of sheet metal plastic anisotropy using heterogeneous biaxial tensile tests [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2010, 52 (4): 572–580.
- [18] Bruschi S, Altan T, Banabic D, et al. Testing and modelling of material behaviour and formability in sheet metal forming [J]. *CIRP Annals*, 2014, 63 (2): 727–749.
- [19] Sing W M, Rao K P. Prediction of sheet-metal formability using tensile-test results [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 1993, 37 (1–4): 37–51.
- [20] Holmberg S, Enquist B, Thilderkvist P. Evaluation of sheet metal formability by tensile tests [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2004, 145 (1): 72–83.
- [21] Tasan C C, Hoefnagels J P M, Dekkers E C A, et al. Multi-axial deformation setup for microscopic testing of sheet metal to fracture

- [J]. *Experimental Mechanics*, 2012, 52: 669–678.
- [22] Jin Z Z, Zha M, Wang S Q, et al. Alloying design and microstructural control strategies towards developing Mg alloys with enhanced ductility [J]. *Journal of Magnesium and Alloys*, 2022, 10 (5): 1191–1206.
- [23] Kossa A. A new biaxial compression fixture for polymeric foams [J]. *Polymer Testing*, 2015, 45: 47–51.
- [24] 蔡登安, 周光明. 用于材料双轴压缩试验的加载装置 [P]. 中国: CN201420589703.8, 2015–03–11.
- Cai D A, Zhou G M. Loading device for biaxial compression test of materials [P]. China: CN201420589703.8, 2015–03–11.
- [25] 贾东, 高洋, 晏顺坪. 材料双轴压缩加载装置 [P]. 中国: CN201810769328.8, 2018–11–27.
- Jia D, Gao Y, Yan S P. Material biaxial compression loading device [P]. China: CN201810769328.8, 2018–11–27.
- [26] 石宝东, 申戈, 杨冲. 一种用于双轴加载系统的十字压缩试样夹具及其加载方法 [P]. 中国: CN202110703324.1, 2021–10–01.
- Shi B D, Shen G, Yang C. The invention relates to a cross compression sample fixture for a two-axis loading system and a loading method thereof [P]. China: CN202110703324.1, 2021–10–01.
- [27] 黄光胜, 夏大彪, 谢誉璐. 一种比例可调双向同步压缩实验原位观察装置 [P]. 中国: CN201810048882.7, 2020–09–15.
- Huang G S, Xia D B, Xie Y L. The invention relates to an in situ observation device for bidirectional synchronous compression experiment with adjustable proportion [P]. China: CN201810048882.7, 2020–09–15.
- [28] 朱涛. 不同加载路径下镁合金的孪生行为及其对塑性变形的影响 [D]. 重庆: 重庆大学, 2019.
- Zhu T. Twinning Behavior and Its Effect on Plastic Deformation of Magnesium Alloys under Different Loading Paths [D]. Chongqing: Chongqing University, 2019.
- [29] Shimizu I, Tada N. Plastic behavior of polycrystalline aluminum during biaxial compression with strain path change [J]. *Key Engineering Materials*, 2007, 340: 883–888.
- [30] Shimizu I, Tada N, Nakayama K. The influence of strain path on biaxial compressive behavior of AZ31 magnesium alloy [J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2008, 22 (31–32): 5844–5849.
- [31] Shimizu I, Tada N. Plastic behaviour and forming limit during biaxial compressions of magnesium alloy AZ31 at room temperature [A]. *EPJ Web of Conferences* [C]. EDP Sciences, 2010.
- [32] Kulawinski D, Nagel K, Henkel S, et al. Characterization of stress-strain behavior of a cast TRIP steel under different biaxial planar load ratios [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2011, 78 (8): 1684–1695.
- [33] Yang X, Zhao H, Shen G, et al. Effect of compressive load on texture evolution and anisotropic behavior of dual-phase steel under biaxial loading in complete σ_{11} - σ_{22} space [J]. *Journal of Materials Research and Technology*, 2023, 27: 5140–5153.
- [34] Brünig M, Gerke S, Zistl M. Experiments and numerical simulations with the H-specimen on damage and fracture of ductile metals under non-proportional loading paths [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, 217: 106531.
- [35] Upadhyay M V, Patra A, Wen W, et al. Mechanical response of stainless steel subjected to biaxial load path changes: Cruciform experiments and multi-scale modeling [J]. *International Journal of Plasticity*, 2018, 108: 144–168.
- [36] Shi B, Peng Y, Yang C, et al. Loading path dependent distortion-hardening of Mg alloys: Experimental investigation and constitutive modeling [J]. *International Journal of Plasticity*, 2017, 90: 76–95.
- [37] Yang C, Shi B, Peng Y, et al. Loading path dependent distortion-hardening of Mg alloys: Experimental investigation and constitutive modeling on cruciform specimens [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, 160: 282–297.
- [38] 刘庆. 镁合金塑性变形机理研究进展 [J]. *金属学报*, 2010, 46 (11): 1458–1472.
- Liu Q. Research progress on plastic deformation mechanism of Mg alloys [J]. *Acta Metallurgica Sinica*, 2010, 46 (11): 1458–1472.
- [39] Xin Y, Jiang J, Chapuis A, et al. Plastic deformation behavior of AZ31 magnesium alloy under multiple passes cross compression [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2012, 532: 50–57.
- [40] Xin Y C, Wang M, Zeng Z, et al. Strengthening and toughening of magnesium alloy by $\{10\bar{1}2\}$ extension twins [J]. *Scripta Materialia*, 2012, 66 (1): 25–28.
- [41] Xin Y C, Jiang J, Chapuis A, et al. Plastic deformation behavior of AZ31 magnesium alloy under multiple passes cross compression [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2012, 532: 50–57.
- [42] Xu S, Liu T, Chen H, et al. Reducing the tension-compression yield asymmetry in a hot-rolled Mg-3Al-1Zn alloy via multidirectional pre-compression [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2013, 565: 96–101.
- [43] Xin Y, Zhou X, Liu Q. Suppressing the tension-compression yield asymmetry of Mg alloy by hybrid extension twins structure [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2013, 567: 9–13.
- [44] Molnar P, Ostapovets A, Jäger A. Reversible motion of twin boundaries in AZ31 alloy and new design of magnesium alloys as smart materials [J]. *Materials & Design*, 2014, 56: 509–516.
- [45] Wang Z, Liu B, Wang F, et al. Quasi-in-situ study of the twinning evolution of ZC61 alloy during dynamic *ED-ERD* compression process [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2022, 833: 142576.
- [46] Shi Z Z, Zhang Y, Wagner F, et al. Sequential double extension twinning in a magnesium alloy: Combined statistical and micromechanical analyses [J]. *Acta Materialia*, 2015, 96: 333–343.
- [47] Shi Z Z, Xu J Y, Yu J, et al. Intragranular cross-level twin pairs in AZ31 Mg alloy after sequential biaxial compressions [J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2018, 749: 52–59.
- [48] Shi Z Z, Liu X. Double extension twin and its related compound twin structures in Mg [J]. *Acta Metallurgica Sinica*, 2018, 54 (12): 1715–1724.

- [49] Qiao H, Guo X Q, Hong S G, et al. Modeling of $\{10\bar{1}2\}-\{10\bar{1}2\}$ secondary twinning in pre-compressed Mg alloy AZ31 [J]. Journal of Alloys and Compounds, 2017, 725: 96–107.
- [50] Park S H, Hong S G, Lee C S. In-plane anisotropic deformation behavior of rolled Mg-3Al-1Zn alloy by initial $\{10\bar{1}2\}$ twins [J]. Materials Science and Engineering: A, 2013, 570: 149–163.
- [51] Sarker D, Chen D L. Dependence of compressive deformation on pre-strain and loading direction in an extruded magnesium alloy: Texture, twinning and de-twinning [J]. Materials Science and Engineering: A, 2014, 596: 134–144.
- [52] Xu S, Liu T, Ding X, et al. Reducing the anisotropy of a pre-twinned hot-rolled Mg-3Al-1Zn alloy by plane-strain compression [J]. Materials Science and Engineering: A, 2014, 592: 230–235.
- [53] Li Y, Cui Y, Bian H, et al. Detwinning in Mg alloy with a high density of twin boundaries [J]. Science and Technology of Advanced Materials, 2014, 15 (3): 035003.
- [54] Sarker D, Friedman J, Chen D L. Influence of pre-strain on de-twinning activity in an extruded AM30 magnesium alloy [J]. Materials Science and Engineering: A, 2014, 605: 73–79.
- [55] Song B, Xin R, Liang Y, et al. Twinning characteristic and variant selection in compression of a pre-side-rolled Mg alloy sheet [J]. Materials Science and Engineering: A, 2014, 614: 106–115.
- [56] 郑晓剑, 余辉辉, 信运昌. 利用孪晶界面强韧化镁合金 [J]. 中国材料进展, 2016, 35 (11): 819–824, 834. Zheng X J, Yu H H, Xin Y C. Hardening and toughening Mg alloys using twin boundaries [J]. Materials China, 2016, 35 (11): 819–824, 834.
- [57] Shi Z Z. Compound cross-grain boundary extension twin structure and its related twin variant selection in a deformed Mg alloy [J]. Journal of Alloys and Compounds, 2017, 716: 128–136.
- [58] Xia D, Zhang J, Chen X, et al. Effect of biaxial compressive stress state on the microstructure evolution and deformation compatibility of rolled sheet Mg alloy AZ31 at room temperature [J]. Materials Science and Engineering: A, 2020, 789: 139599.
- [59] Yang B, Shi C, Zhang S, et al. Quasi-in-situ study on $\{10\bar{1}2\}$ twinning-detwinning behavior of rolled Mg-Li alloy in two-step compression (*RD*)-compression (*ND*) process [J]. Journal of Magnesium and Alloys, 2022, 10 (10): 2775–2787.
- [60] Xin Y, Wang M, Zeng Z, et al. Tailoring the texture of magnesium alloy by twinning deformation to improve the rolling capability [J]. Scripta Materialia, 2011, 64 (10): 986–989.
- [61] Xin Y, Zhou X, Liu Q. Suppressing the tension-compression yield asymmetry of Mg alloy by hybrid extension twins structure [J]. Materials Science and Engineering: A, 2013, 567: 9–13.
- [62] Wang Q, Chen S, Jiang B, et al. Grain size dependence of annealing strengthening of an extruded Mg-Gd-Zn alloy subjected to pre-compression deformation [J]. Journal of Magnesium and Alloys, 2022, 10 (12): 3576–3588.
- [63] Upadhyay M V, Capek J, Panzner T, et al. Microstructure evolution of stainless steel subjected to biaxial load path changes: In-situ neutron diffraction and multi-scale modeling [J]. International Journal of Plasticity, 2019, 122: 49–72.
- [64] Van Petegem S, Wagner J, Panzner T, et al. In-situ neutron diffraction during biaxial deformation [J]. Acta Materialia, 2016, 105: 404–416.
- [65] 付志昌. 含不同形态析出相变形镁合金的晶体塑性研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2023. Fu Z C. Crystal Plasticity Study of Deformed Magnesium Alloys Containing Different Morphological Precipitation Phases [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2023.
- [66] Gonzalez D, Kelleher J F, da Fonseca J Q, et al. Macro and intergranular stress responses of austenitic stainless steel to 90 strain path changes [J]. Materials Science and Engineering: A, 2012, 546: 263–271.
- [67] Upadhyay M V, Capek J, Van Petegem S, et al. Intergranular strain evolution during biaxial loading: A multiscale FE-FFT approach [J]. JOM, 2017, 69: 839–847.
- [68] 张昆. TRIP780 高强钢的断裂行为研究及半耦合韧性断裂准则的应用 [D]. 广州: 华南理工大学, 2021. Zhang K. Study on Fracture Behavior of TRIP780 and Application of Semi-coupled Ductile Fracture Criterion [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2021.
- [69] Khan A S, Kazmi R, Farrokh B. Multiaxial and non-proportional loading responses, anisotropy and modeling of Ti-6Al-4V titanium alloy over wide ranges of strain rates and temperatures [J]. International Journal of Plasticity, 2007, 23 (6): 931–950.
- [70] Cardoso R P R, Adetoro O B. A generalisation of the Hill's quadratic yield function for planar plastic anisotropy to consider loading direction [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 128: 253–268.
- [71] Tang B, Wang Z, Guo N, et al. An extended Drucker yield criterion to consider tension-compression asymmetry and anisotropy on metallic materials: Modeling and verification [J]. Metals, 2019, 10 (1): 20.
- [72] Qiao H, Xin Y C, Zong Z L, et al. Effect of twinning on the yield surface shape of Mg alloy plates under in-plane biaxial loading [J]. International Journal of Solids and Structures, 2021, 216: 211–221.
- [73] Wang J, Tang Y, Ye J, et al. Tests and finite element simulation of yield anisotropy and tension-compression strength difference of an extruded ZK60 Mg alloy [J]. Metals, 2021, 11 (4): 576.
- [74] Lee J, Ha J, Bong H J, et al. Evolutionary anisotropy and flow stress in advanced high strength steels under loading path changes [J]. Materials Science and Engineering: A, 2016, 672: 65–77.
- [75] Schwab R, Ruff V. On the nature of the yield point phenomenon [J]. Acta Materialia, 2013, 61 (5): 1798–1808.
- [76] Van Liempt P, Sietsma J. A physically based yield criterion I. Determination of the yield stress based on analysis of pre-yield dislocation behaviour [J]. Materials Science and Engineering: A, 2016, 662: 80–87.
- [77] Chamakura J N, Riemsdijk A C, Reinton T E, et al. The quantitative relationship between non-linear stress-strain behaviour and dislocation structure in martensitic stainless steel [J]. Acta Materialia, 2022, 240: 118364.