摩擦与润滑

圆盘件镦粗成形过程中摩擦模型对接触区分布的影响

陈慧1. 冯玮1,2,3. 庄武豪3

(1. 武汉理工大学 材料科学与工程学院, 湖北 武汉 430070; 2. 湖北省材料绿色精密成形工程技术研究中心, 湖北 武汉 430070; 3. 现代汽车零部件技术湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430070)

摘要:针对圆盘件镦粗成形过程中,接触区不同区域在不同变形程度下的摩擦剪切应力变化复杂的情况,研究了适合于圆盘件锻粗成形的摩擦模型,建立了初始径厚比为5的圆盘件镦粗成形有限元模型,分析了不同摩擦模型在不同变形程度下接触区的分布特点以及制动区半径的变化特点,并与计算结果进行了比较,开展了相关工艺实验验证。结果表明:在圆盘件镦粗成形中,随着变形程度的增加,接触区分布随径厚比的变化而变化,采用修正混合摩擦模型预测的制动区半径变化特点与理论值更接近,其预测精度较高。研究结果为圆盘件塑性成形有限元模拟中摩擦边界条件的设置提供了指导。

关键词: 镦粗成形;接触区;圆盘件;变形程度;摩擦模型

DOI: 10. 13330/j. issn. 1000-3940. 2023. 10. 032

中图分类号: TG306 文献标志码: A 文章编号: 1000-3940 (2023) 10-0215-07

Influence of friction model on contact zone distribution during upsetting process for disc parts

Chen Hui¹, Feng Wei^{1,2,3}, Zhuang Wuhao³

- (1. School of Materials Science and Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;
- 2. Hubei Material Green Precision Forming Engineering Technology Research Center, Wuhan 430070, China;
 - 3. Hubei Key Laboratory of Modern Auto Parts Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: During the upsetting process of disc parts, for the complex friction shear stress changes at different areas of contact area under different deformation degrees, the friction model switable for the disc upsetting was studied, the finite element model of upsetting for the disc parts with an initial diameter-thickness ratio of 5 was established, and the distribution characteristics of contact area and the change characteristics of radius in braking area under different deformation degrees for different friction models were analyzed and compared with the calculated results. Then, the relevant process experiments were carried out to verify. The results show that in the upsetting process of disc parts, the distribution of contact area varies with the diameter-thickness ratio as the deformation degree increases, and the change characteristics of radius in braking area predicted by the modified hybrid friction model are closer to the theoretical value, and the prediction accuracy is higher. The results provide guidance for the setting of friction boundary conditions in finite element simulation of plastic forming for disc parts.

Key words: upsetting forming; contact area; disc part; deformation degree; friction model

在金属塑性成形过程中, 坯料与模具表面接触, 发生塑性流动而产生摩擦, 摩擦是塑性成形过程中 影响材料流动的一个重要因素[1]。镦粗成形时由于

收稿日期: 2023-02-19; 修订日期: 2023-05-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52275369, 52005375);

教育部创新团队发展计划项目 (IRT_17R83)

作者简介: 陈 慧 (1997-), 女, 硕士研究生

E-mail: whut_chenhui@ 163.com

通信作者: 冯 玮 (1973-), 女, 博士, 副教授

E-mail: fw7757@ sina. com

摩擦作用导致金属坯料接触面上出现不同的流动特点,有的区域金属材料流动慢,有的区域金属材料流动快,有的区域金属材料不流动^[2]。前苏联学者翁克索夫 Ε Π^[3]将实验与理论分析结合,得出了圆柱镦粗时接触表面较准确的摩擦剪切应力分布规律,将接触表面划分为停滞区、制动区和滑动区 3 个区域,其中制动区的摩擦剪切应力达到了最大值,该区域的表层金属不流动。陈芳祖等^[4]基于翁克索夫 Ε Π 提出的摩擦切应力组合分布理论,求得了基于复杂接触摩擦的圆柱体镦粗时单位镦粗力的上限解,

与主应力方法得到的分析结果一致,更加准确地揭示了镦粗过程中的区域分布现象。

近年来,随着有限元分析方法被广泛应用于塑 性成形过程中[5-6],摩擦模型作为有限元模拟中的 重要边界条件,一直以来都是研究中的重点和难点, 但在实际有限元模拟过程中, 由于软件的局限性, 常常将复杂的摩擦边界条件进行适当的简化设置, 从而影响了有限元分析的精度^[7]。Zhang D W 等^[8] 通过对 T 形构件的局部加载过程进行分析, 指出剪 切摩擦模型与混合摩擦模型的预测结果基本一致, 而与库伦摩擦模型的预测结果存在显著差异, 库伦 摩擦模型更有利于筋充填成形的模拟。Oden J T 等[9]和 Kobayashi S 等[10]分别针对非线性摩擦问题 和库伦摩擦模型进行修正,解决了成形过程中中心 区域速度不连续的问题。为使有限元模拟中的摩擦 边界条件更加准确, 很多学者也展开了研究, 通过 更改摩擦模型参数建立新的摩擦模型, 从而达到与 实际工艺更接近的效果[11-13]。

圆盘件相对于圆柱件的厚度较小[14],在镦粗成形过程中,随着变形的进行,径厚比变化较大,根据翁克索夫 E II 的实验结论,接触界面会出现停滞区、制动区和滑动区 3 区共存的情况,接触表面在不同变形程度、不同区域的摩擦剪切应力变化情况更加复杂。虽然现在已经建立了很多塑性成形摩擦模型,但是与镦粗过程接触表面的实验结论还是存在较大的误差[15]。因此,本文结合翁克索夫提出的镦粗成形接触面上摩擦剪切应力组合分布规律,通过有限元分析方法研究了圆盘件镦粗成形过程中不同摩擦模型、不同变形程度下的接触区变化特点,探讨摩擦模型和坯料径厚比对制动区半径的影响,提出适合圆盘件镦粗成形过程的混合摩擦模型,并进行修正,验证了摩擦模型的有效性。

1 圆盘件镦粗成形过程接触区分析

1.1 翁克索夫实验研究结果

苏联学者翁克索夫 $E \Pi$ 对镦粗成形进行了系统的实验研究,利用带有碳精传感器的测量板对镦粗成形接触表面的正应力分布进行了测定。实验结果显示,镦粗成形时的正应力分布曲线在中心区域是连续的,从而推知中心区域的剪切应力也是连续的,且在接触表面中心处的剪切应力等于零,如图 1 所示 [3] 。其中,滑动区半径 $r_s = d/2$,d 为变形过程中

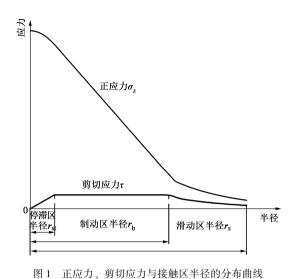


Fig. 1 Distribution curves of normal stress, shear stress and contact area radius

坏料的直径。

由实验结论可知,圆柱体镦粗成形过程中接触表面的分区情况由径高比和摩擦因数决定,存在 4种情况^[3]: (1) 当径高比 $d/h \le 2$ 时,接触表面仅有停滞区;(2) 当 $2 < d/h \le m_0$ 时,接触表面有停滞区和滑动区共存;(3) 当径高比 $d/h > m_0$,接触表面有停滞区、制动区和滑动区 3 区共存;(4) 当摩擦因数 $\mu \ge 0.58$,径高比 d/h > 2 时,接触表面有停滞区和制动区共存。其中, m_0 为与变形过程中的摩擦因数有关的比例系数,h 为变形过程中坯料的高度。

通常圆盘件的厚度较小, 径厚比较大, 在镦粗成形过程中, 新的接触面不断产生, 接触条件也不断发生变化, 接触区摩擦行为更复杂。根据翁克索夫 E II 的实验结论, 圆盘件塑性成形过程中, 接触界面会出现停滞区、制动区和滑动区 3 区共存的情况, 摩擦剪切应力的变化情况更加复杂。

1.2 圆盘件镦粗成形接触区的确定方法

根据翁克索夫 E II 的镦粗实验可知,在接触表面均匀地涂上一层墨,发现接触界面一部分区域出现横向的小裂纹,墨迹从金属表面消失,一部分区域墨迹并未被损坏^[3],说明制动区和停滞区内的金属均不流动,即材料处于变形死区。随着模具不断下压,工件表面的剪切应力会出现 3 个阶段,对应于接触表面上的 3 个区域,即停滞区、制动区和滑动区,摩擦条件随区域变化而存在差别,如图 1 所示^[3]。由图 1 可知,制动区半径越大说明金属在塑性成形过程中的变形死区越大,材料变形均匀性越差。

根据翁克索夫 E II 的区域划分原则,当圆盘件 镦粗成形中接触面出现停滞区、制动区、滑动区 3 区共存情况时,摩擦剪切应力分别满足以下关 系^[3]:

$$\tau_{\rm st} = \frac{\sigma_{\rm s} r}{2t} \tag{1}$$

$$\tau_{\rm b} = \frac{\sigma_{\rm s}}{2} \tag{2}$$

$$\tau_{s} = \mu \sigma_{z} \tag{3}$$

式中: τ_{st} 、 τ_{b} 、 τ_{s} 分别为停滞区、制动区和滑动区的摩擦剪切应力; r、t 分别为变形过程中圆盘件的半径与厚度; σ_{s} 为材料的屈服应力; μ 为摩擦因数。

由式(1)~式(3)可知,制动区的摩擦剪切应力按照最大摩擦定律进行计算并等于常数,滑动区与停滞区的摩擦剪切应力均小于制动区,因此,通过滑动区和制动区的摩擦剪切应力关系以及主应力法可推导制动区半径 r_b 为:

$$r_{\rm b} = \sqrt{\frac{{d_0}^2 t_0}{4t}} - t \left| \frac{\ln(2\mu)}{2\mu} \right| \tag{4}$$

式中: t_0 、 d_0 分别表示圆盘件初始的厚度和直径, 如图 2 所示。

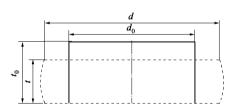


图 2 圆盘件镦粗变形过程

Fig. 2 Upsetting deformation process of disc part

圆盘件变形过程中接触区的变化复杂,变形量较大,停滞区、制动区、滑动区的面积也在不断变化,因此,为了分析圆盘件变形过程中接触区的变化情况,结合区域分布特点确定3个区域的面积满足以下关系:

$$S_{\rm st} = \pi r_{\rm st}^2 = \pi t^2$$

$$S_{\rm b} = \pi (r_{\rm b}^2 - r_{\rm st}^2) = \pi \left[\left(\sqrt{\frac{d_0^2 t_0}{4t}} - t \left| \frac{\ln(2\mu)}{2\mu} \right| \right)^2 - t^2 \right]$$
(6)

$$S_{s} = \pi \left[\left(\frac{d}{2} \right)^{2} - r_{b}^{2} \right] = \pi \left[\frac{d_{0}^{2} t_{0}}{4t} - \left(\sqrt{\frac{d_{0}^{2} t_{0}}{4t}} - t \left| \frac{\ln(2\mu)}{2\mu} \right| \right)^{2} \right]$$
(7)

式中: S_{st} 、 S_{b} 、 S_{s} 分别为停滞区、制动区、滑动区的面积。

2 有限元模型的建立

2.1 模拟参数的设置

以初始直径为 Φ 30 mm、厚度为 6 mm、径厚比为 5 的圆盘件为研究对象进行有限元分析。圆盘件设置为塑性体,共划分为 55000 个四面体网格,最小单元网格尺寸为 0. 33 mm,如图 3 所示,上模进给速度为 1 mm·s⁻¹,材料为纯铝 AL1100,其本构方程为^[16]:

$$\sigma = 30 + 155\varepsilon^{0.204} \tag{8}$$

式中: σ 为应力; ε 为应变。



图 3 圆盘件镦粗成形有限元模型

Fig. 3 Finite element model of upsetting for disc part

2.2 摩擦边界条件的设置

摩擦边界条件是有限元分析方法中的重要影响 因素,通常根据零件塑性成形工艺的成形特点设置 不同的摩擦模型。为了分析摩擦模型对圆盘件镦粗 成形过程中接触区变化的影响,本文设置了如下 5 种摩擦模型,并通过点追踪的方式提取圆盘件接触 表面的模拟结果进行对比分析。

(1) 库伦摩擦模型,为目前金属板类件和盘类件塑性成形过程中常用模型之一,其表达式为[15]:

$$\tau = \mu \sigma_{x} \tag{9}$$

(2) 剪切摩擦模型,摩擦剪切应力仅与工件材料的剪切屈服强度相关,其一般数学表达式为:

$$\tau = mK \tag{10}$$

式中: K 为剪切屈服强度; m 为摩擦因子, 在 (0~1) 内取值 $^{[15]}$ 。

(3) 反正切摩擦模型,通过引入相对滑移速度避免了因中心位置摩擦切应力出现阶跃不连续现象而导致的数值求解问题。在有限元模拟软件中,无法直接设置反正切摩擦模型,因此,本文利用 Fortran 软件建立子程序窗口进行二次开发,导入子程序建立反正切函数修正后的经典摩擦模型,其表达式为^[2]:

$$\tau = -\mu \sigma_z \left[\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{|v_r|}{A}\right) \right]$$
 (11)

式中: v_r 为接触表面的相对滑动速度, $(m \cdot s^{-1})$; A 根据经验一般取模具进给速度的 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 倍; 负号表示摩擦力方向始终与相对滑动速度方向相反。

(4) 混合摩擦模型,由于圆盘件镦粗过程中接

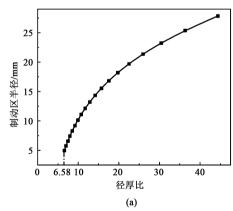
触表面的摩擦是一个比较复杂的状态,为了准确描述接触区摩擦行为的变化特点,本文结合滑动区满足库伦摩擦条件、制动区满足最大剪应力的特点,在有限元模型建立过程中,通过设置接触点处剪切应力大小判断区域类型来自动选择摩擦类型进行模拟计算^[1]。即当摩擦剪切应力大于最大剪应力时,采用剪切摩擦模型,且摩擦因数为1,则单元的节点位于制动区,否则位于滑动区,所以该摩擦模型描述为;

$$\tau = \begin{cases} \mu \sigma_z, & \mu \sigma_z \leq K \\ K, & \mu \sigma_z > K \end{cases}$$
 (12)

(5) 修正混合摩擦模型,考虑到反正切函数可优化数值计算,因此,本文将反正切摩擦模型和混合摩擦模型相结合得到修正混合摩擦模型,并通过子程序窗口进行二次开发,在模拟软件中建立修正混合摩擦模型边界条件,其表达式为:

$$\tau = \begin{cases} -\mu\sigma_{z} \left[\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{|v_{r}|}{A}\right) \right], \\ -\mu\sigma_{z} \left[\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{|v_{r}|}{A}\right) \right] \leq K \end{cases}$$

$$K, \qquad -\mu\sigma_{z} \left\{ \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{|v_{r}|}{A}\right) \right] > K \quad (13)$$



模拟计算时,所有摩擦模型的摩擦因数均设置为相同值0.2。

3 结果分析

3.1 制动区理论计算分析

根据翁克索夫 E П的实验结论, 坯料塑性变形过程中停滞区的半径等于坯料厚度, 当零件剪切应力达到极限值时开始出现制动区,结合式(4)可计算出摩擦因数为 0.2、初始直径为 Φ30 mm、厚度为 6 mm 的圆盘件镦粗成形时,出现制动区时圆盘件的半径为 32.9 mm、厚度为 5 mm、临界径厚比为 6.58,此时圆盘件的变形程度为 16.7%。说明圆盘件在镦粗变形初期,接触界面不存在制动区,随着变形的进行,径厚比达到 6.58 时,开始逐渐出现制动区。为了分析圆盘件镦粗成形过程中制动区半径和接触区的变化,将不同变形程度下圆盘件的直径和厚度代入式(4)可得到制动区半径随径厚比的变化曲线,如图 4a 所示,根据式(5)~式(7)计算不同变形程度下各区的面积,得到各区比例与径厚比的曲线,如图 4b 所示。

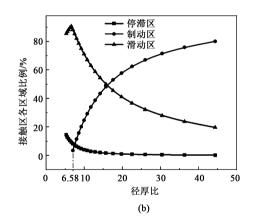


图 4 变形过程中制动区半径 (a) 和接触区各区域比例 (b) 随径厚比的变化曲线

Fig. 4 Variation curves of braking area radius (a) and each area proportion of contact area (b) with diameter-thickness ratio during deformation process

由图 4a 可知,随着变形的进行,圆盘件径厚比逐渐增大,制动区半径也逐渐增大,这是因为镦粗成形过程中圆盘件与模具接触的面积不断增大,成形该表面所需要的正应力增大,导致摩擦剪切应力也随之增大,由于材料的摩擦剪切应力不能无限增大,满足了制动区的最大剪应力条件,所以制动区半径开始增大。由图 4b 可知:当变形程度小于16.7%,即径厚比小于6.58时,接触表面仅存在停滞区和滑动区;随着变形的进行,圆盘件厚度减小,当径厚比大于6.58时,接触表面开始出现制动区,

且制动区随着变形的进行逐渐增大,而停滞区和滑动区所占比例逐渐减小。

3.2 有限元模拟结果分析

3.2.1 成形载荷和摩擦剪切应力变化

在塑形成形模拟分析过程中,不同摩擦条件设置会得到不同的成形载荷。图 5 为不同摩擦模型时圆盘件镦粗成形载荷随变形程度的变化曲线。由图 5 可知,在圆盘件成形过程中,当变形程度较小时,接触面较小,几种摩擦模型的成形载荷变化不大,随着变形程度的增加,接触表面增大,成形载荷出现陡增的

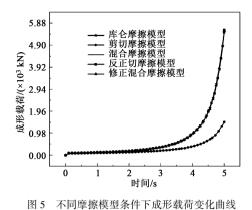


Fig. 5 Variation curves of forming load under different friction model conditions

趋势, 库伦摩擦模型、反正切摩擦模型、混合摩擦模 型、修正混合摩擦模型的成形载荷变化趋于一致,而 剪切摩擦模型条件下圆盘件成形载荷陡增的趋势较 小,且其成形载荷一直小于其他几种摩擦模型。

图 6 为不同摩擦模型的摩擦剪切应力的变化曲 线。根据曲线的变化特点、结合翁克索夫 $E \Pi$ 的实 验结论中对区域划分的原则,相对平缓的阶段定义 为制动区,上升阶段为停滞区,下降阶段为滑动 区。从图6中可以看到,在有限元模拟中,不同摩 擦模型的剪切应力均会出现区域变化。由图 6a、图 6c、图 6d 和图 6e 可知, 库伦摩擦模型、反正切摩 擦模型、混合摩擦模型和修正混合摩擦模型均出现 明显的 2~3 个区域的变化: 当变形程度为 10%时, 摩擦剪切应力先上升后下降,表明此时接触面只有 停滞区和滑动区; 当变形程度大于 20%时, 随着变 形程度的增加,制动区的区域逐渐变大,接触表面 出现停滞区、制动区和滑动区3区共存现象,与图 4 中实验结果一致。而剪切摩擦模型中,无论变形 程度如何增加,接触区只有停滞区和制动区2个区 域,与图4中实验结果不符,说明剪切摩擦模型不 适用于圆盘件塑性成形过程的有限元分析。

3.2.2 制动区变化

为了进一步分析制动区随变形程度的变化特点, 本文提取图 6 中不同摩擦模型条件下制动区的半径, 并与式(4)计算得到的制动区半径进行对比,得 到如图 7 所示制动区半径在不同摩擦模型、不同变 形程度下的变化曲线。

从图7中可以发现,随着变形程度的增加,制 动区半径均增大,摩擦模型并未影响制动区半径的 变化趋势。变形程度较小时,剪切摩擦模型的制动

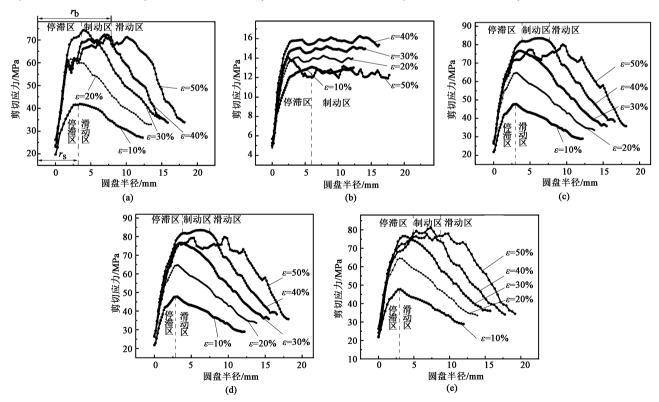


图 6 不同摩擦模型的剪切应力的变化曲线

(a) 库伦摩擦模型 (b) 剪切摩擦模型 (c) 反正切摩擦模型 (d) 混合摩擦模型 (e) 修正混合摩擦模型 Fig. 6 Variation curves of shear stress under different friction models

> (b) Constant friction model (c) Inverse tangent friction model (a) Coulomb friction model (d) Mixed friction model (e) Modified hybrid friction model

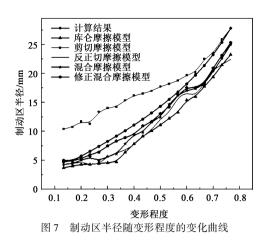


Fig. 7 Variation curves of braking area radius with deformation degree

区半径与计算值误差较大,这是因为对圆盘件而言,在相同摩擦因数条件下,变形初期的接触表面正应力较小,摩擦剪切应力随正应力的增大而增大,更符合库伦摩擦条件,当变形程度逐渐增大时,摩擦剪切应力更加趋近于材料的最大剪切应力,符合剪切摩擦条件,因而剪切摩擦的制动区在变形程度大时更加接近于实验计算值。

表1为不同摩擦模型的制动区半径的模拟结果与计算结果的误差。由表1可知,剪切摩擦模型的误差较大,混合摩擦模型和修正混合摩擦模型的误

表 1 不同摩擦模型下 r_b 的模拟结果与计算结果的误差 Table 1 Errors of r_b between simulation and calculated values under different friction models

摩擦模型	误差值/%
库仑摩擦模型	26. 2
剪切摩擦模型	44. 8
反正切摩擦模型	21. 2
混合摩擦模型	15. 7
修正混合摩擦模型	9. 6

差较小,分别为 15.7%和 9.6%,说明将剪切摩擦条件与库伦摩擦条件同时考虑的混合摩擦模型的结果会比单一摩擦模型更接近于理论计算值,而修正的混合摩擦模型作为圆盘件镦粗成形的摩擦边界条件与计算结果更加相符,预测精度更高。

3.3 实验验证

为了对接触表面区域的分布规律进行验证,采用网格法开展了圆盘件镦粗实验,深入研究接触区材料流动特性。图 8 为初始尺寸为 Φ30 mm×6 mm的铝板镦粗成形过程中接触表面的网格线变化。由图 8b、图 8c 可知,接触表面出现区域分布,且虚线和实线圆形区域内网格基本无变化,说明该区域金属不流动,而圆形区域外的网格形状和尺寸均出现变化,随着变形程度的增大,网格变化更加显著,该区域表面金属也变得更加光泽。

为了进一步确定接触表面的区域类型,对网 格无变化的区域进行了测量,结合图1及翁克索 夫 $E \Pi$ 的实验结论,分别用 d_{sl} 、 d_{b} 来表示停滞 区、制动区的直径大小。由图 8b 可知, 当变形程 度不超过16.7%,即径厚比不超过6.58时,实线 圆形区域直径近似等于坏料厚度的两倍, 说明该 区域为停滞区,其直径用 d 。表示,此时接触表面 存在停滞区和滑动区两个区域。如图 8c 所示, 当 变形程度达到30%时,虚线圆形区域的直径比圆 盘件厚度的两倍还要大,说明该区域既存在停滞 区又存在制动区,即实线圆形区域为停滞区,因 而此时接触区有停滞区、制动区和滑动区3区共 存。将图 8 所示实验结果与图 4、图 6 中的计算结 果、有限元模拟结果进行比较发现,有限元模拟结 果与实验结果基本一致,从而验证了有限元模型是 正确的。

通过对不同变形程度下圆盘件的成形载荷进行

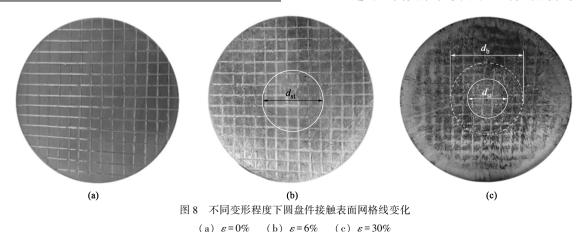


Fig. 8 Grid line changes of contact surface for disc part under different deformation degrees

统计发现,当变形程度为6%时,成形力为263 kN,变形程度为30%时,成形力为690 kN,进一步说明制动区的增加导致成形力增加显著。

4 结论

- (1) 圆盘件镦粗成形过程中接触面存在区域流动变化,且不同区域的摩擦剪切应力不同,变形初期只有停滞区和滑动区两个区域,当径厚比达到6.58时,接触区存在停滞区、制动区和滑动区3个区域。
- (2) 圆盘件镦粗成形过程中,随着变形程度的增加,工件的径厚比增大,制动区的比例逐渐增大,停滞区逐渐减小,而滑动区呈先增大后减小的变化趋势。
- (3) 库伦摩擦模型、反正切摩擦模型、混合摩擦模型和修正混合摩擦模型条件下制动区的变化趋势与翁克索夫 E Π 的实验结论相同,而剪切摩擦模型与翁克索夫 E Π 的实验结果的误差较大。此外,修正混合摩擦模型制动区模拟结果更接近于圆盘件镦粗成形实验结果,误差值为 9.6%,说明在圆盘件金属塑性成形有限元模拟中应用修正的混合摩擦模型更合适,模拟结果的预测精度更高。

参考文献:

- [1] 张大伟, 李智军, 杨光灿, 等. 金属体积成形中摩擦描述与评估研究进展 [J]. 锻压技术, 2021, 46 (10): 1-10.

 Zhang D W, Li Z J, Yang G C, et al. Research progresses of description and evaluation for friction during bulk metal forming [J].

 Forging & Stamping Technology, 2021, 46 (10): 1-10.
- [2] 顾勇. 摩擦行为在塑性成形中的处理研究 [J]. 机械制造, 2018, 56 (12): 69-72.
 Gu Y. Reaearch on the treatment of friction behavior in plastic forming [J]. Machinery, 2018, 56 (1): 69-72.
- [3] 翁克索夫 E Π. 塑性的工程理论 [M]. 北京: 科学出版社, 1963.
 E. Π. Onkosov. The Engineering Theory of Plasticity [M]. Beijing; Science Press, 1963.
- [4] 陈芳祖,李光耀,杨海. 基于复杂接触摩擦的圆柱体镦粗的上限解 [J]. 湖南大学学报:自然科学版,2008,35 (1):6-8.

 Chen F Z, Li G Y, Yang H. Upper-bound solutions of the cylinder upsetting based on the complicated contact friction [J]. Journal of Hunan University: Natural Science Edition, 2008, 35 (1):6-
- [5] 陆璐, 王照旭, 崔红霞, 等. 塑性有限元在金属体积成形过程

- 中应用的进展 [J]. 材料导报, 2016, 30 (1): 106-110. Lu L, Wang Z X, Cui H X, et al. Progress of application of finite element method in metals massive forming process [J]. Materials
- [6] 詹梅,董赟达,翟卓蕾,等. 塑性成形快速数值仿真方法的研究进展[J]. 机械工程学报,2022,58 (16): 2-20. Zhan M, Dong Y D, Zhai Z L, et al. Review on fast numerical simulation method for plastic forming [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022,58 (16): 2-20.

Guide, 2016, 30 (1): 106-110.

- [7] 孟丽芬, 胡成亮, 赵震. 金属塑性成形中摩擦模型的研究进展 [J]. 模具工业, 2014, 40 (4): 1-7.

 Meng L F, Hu C L, Zhao Z. Research progress of friction model in metal plastic forming [J]. Die & Mould Industry, 2014, 40 (4): 1-7.
- [8] Zhang D W, Yang H. Analytical and numerical analyses of local loading forming process of T-shape component by using coulomb, shear and hybrid friction models [J]. Tribology International, 2015, 92: 259-271.
- [9] Oden J T, Pires E B. Algorithms and numerical results for finite element approximations of contact problems with non-classical friction laws [J]. Computers & Structures, 1984, 19 (1): 137– 147.
- [10] Kobayashi S, Oh S, Altan T. Metal Forming and the Finite-element Method [M]. New York: Oxford University Press, 1989.
- [11] 陈文康, 丁亮亮, 张锐, 等. 基于黏结-滑移摩擦模型的 304 不锈钢切削力仿真研究 [J]. 润滑与密封, 2022, 47 (8): 100-106. Chen W K, Ding L L, Zhang Y, et al. Simulation research on cutting forces of 304 stainless steel based on sticking-sliding friction model [J]. Lubrication Engineering, 2022, 47 (8): 100-
- [12] Wang J, Liu X, Sun X. Study on asymmetrical cold rolling considered sticking friction [J]. Journal of Materials Research and Technology, 2020, 9 (6): 14131-14141.

106

- [13] Qwamizadeh M, Kadkhodaei M, Salimi M. Slab analysis of asymmetrical rolling of bonded two-layer sheets [J]. ISIJ International, 2013, 53 (2): 265-273.
- [14] 刘桂花,冯再新,于晓东,等.复杂盘类件塑性成形过程中的省力成形方法 [J]. 锻压技术, 2011, 36 (5): 1-4. Liu G H, Feng Z X, Yu X D, et al. Less-loading method of complex disc components in plastic forming process [J]. Forging & Stamping Technology, 2011, 36 (5): 1-4.
- [15] 汪大年. 金属塑性成形原理 [M]. 北京: 机械工业出版社,1986.Wang D N. Principles of Plastic Forming of Metals [M]. Beijing:Mechanical Industry Press, 1986.
- [16] 武恭, 姚良均, 李震夏, 等. 铝及铝合金材料手册 [M]. 北京: 科学出版社, 1994.
 Wu G, Yao L J, Li Z X, et al. Handbook of Aluminum and Aluminum Alloy Materials [M]. Beijing; Science Press, 1994.