

工件厚度不均匀性对辊弯成形曲率半径的影响

郑子君, 陶裕梅

(重庆理工大学 机械工程学院, 重庆 400054)

摘要: 受制造工艺的影响, 原始工件的厚度不均匀, 这会对辊弯产品的形状产生影响。通过建立基于欧拉网格的有限元模型, 对工件局部厚度具有正态分布的误差时的三辊辊弯过程进行了蒙特卡洛模拟。与传统的基于拉格朗日网格的有限元模型相比, 辊弯模拟方案可以明显减小网格规模并简化接触处理, 得到了辊弯成形曲率半径的统计规律, 并利用 3D 打印进行了料厚不均匀性与辊弯曲率半径关系的实验。结果表明: 随着料厚不均匀性的增大, 产品的局部半径分布更广, 宏观上观察到的产品半径将减小, 实验结果也证实了这一点; 对于给定的目标产品形状, 辊轮间距和名义厚度越小, 辊弯成形受到料厚不均匀性的影响就越大。

关键词: 辊弯; 欧拉网格; 蒙特卡洛法; 欧拉梁; 随机误差

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2022.09.010

中图分类号: TG38

文献标志码: A

文章编号: 1000-3940 (2022) 09-0058-08

Influence of workpiece thickness non-uniformity on curvature radius for roll bending

Zheng Zijun, Tao Yumei

(College of Mechanical Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract: Due to the influence of manufacture process, the thickness of original workpiece is nonuniform, which can affect the shape of roll bending product. A finite element model based on Eulerian grid was proposed to conduct the Monte Carlo simulation of three-roll bending process, in which the local thickness of workpiece had normal-distributed error. Comparing with the conventional Lagrangian grid finite element model, the roll bending simulation scheme could reduce the grid number and simplify the contact treatment obviously. Then the statistic laws of curvature radius for roll forming was analyzed, and experiments of relationship between blank thickness non-uniformity and curvature radius of roll bending were conducted by using the 3D printing. The results show that with the increasing of blank thickness non-uniformity, the distribution of local radius for product gets wider, and the macro radius of product becomes smaller, which is verified by the experimental result. For a given goal produce shape, the influence of blank thickness non-uniformity on roll bending is more significant when a smaller roller distance or a thinner nominal thickness is employed.

Key words: roll bending; Eulerian grid; Monte-Carlo method; Euler beam; random error

三辊辊弯是对型材、板材进行弯曲加工的一种常见工艺。在此工艺中, 坯料连续通过预先调整好位置的辊轮时, 横向受力, 发生塑性弯曲, 从而被加工成具有给定曲率的产品。因此, 建立材料属性、辊轮位置和产品的最终形状之间的关系是辊弯工艺设计的关键。

早期的研究中, 常常采用弹塑性三点弯理论来预测产品的曲率半径^[1-2], 这种模型忽略了辊轮半径和工件变形对结果的影响。Kim K W 等^[3]、黄世

军等^[4]、付泽民等^[5]引入了相切圆模型来予以修正; 王安恒等^[6-7]还考虑了发生大挠度的变形后, 工件中性层的偏移; 石祥^[8]、张子骞等^[9]考虑了工件曲率在辊弯机内的变化, 采用积分迭代方式求解工件的构型。物理实验方面, 王艳等^[10]对多道次三辊辊弯试验进行分析; Tran H 等^[11]测量了辊弯工件表面的应变演化过程; 南文明^[12]设计了对辊弯曲率进行在线检测的试验系统; Salem J 等^[13]实测了辊弯机功率和辊轮反力随压下量和辊弯长度的变化; Gandhi A H 等^[14]测量了上辊压下量和辊弯成形半径之间的关系。利用数值仿真可大大减少实验成本, 如 Feng Z 等^[15]采用显式动力学方法模拟了非对称式三辊辊弯, 结果与实验吻合良好; Ktari A 等^[16]基于 Abaqus 模拟了薄板的辊弯过程, 给出了辊轮坐

收稿日期: 2021-09-07; 修订日期: 2021-12-15

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金资助项目 (11702046); 重庆市教委科学研究项目 (KJ1600910)

作者简介: 郑子君 (1985-), 男, 博士, 副教授

E-mail: zhengzi@cqut.edu.cn

标和成品半径的对应关系；Shin J 等^[17]比较了不同单元技术的计算结果，发现采用平面单元建模比采用梁杆、板壳单元的结果更准确；赖松柏等^[18]对整体壁板离散填料的辊弯过程进行了仿真。

上述研究中，通常假定料厚是理想的。实际应用中，由于制造精度的限制和偶然因素的影响，工件厚度等参数存在误差，可分为系统误差和随机误差。研究系统误差对成形影响的方法与通常的成形研究方法类似，而随机误差对大批量生产的影响常采用蒙特卡洛模拟来分析，并可据此进行工艺的容差稳健设计^[19-21]。然而上述研究中，含有随机误差的工件参数是全局的，即参数在局部的差异性被忽略了。Fyllingen Ø 等^[22]提出，在板料塑性成形中，可以采用料厚的空间差异来表征工件局部的非均质性，并采用蒙特卡洛模拟分析了非均质性对成形极限的影响。

本文考虑薄板平面三辊辊弯工艺中，工件的厚度存在沿长度方向不均匀的随机误差时，辊弯成形曲率半径与料厚不均匀程度的关系。基本思路为在辊弯的有限元模型中，使工件具有正态分布的随机局部厚度，进行大量蒙特卡洛模拟并统计产品的曲率半径。由于该思路涉及到的计算量大，为了提高模拟效率，采用了基于欧拉网格的有限元模型进行辊弯工艺的模拟。

1 基于欧拉网格的辊弯模拟

图1为对称式三辊辊弯机的工作示意图。坯料由送料辊带动并连续进入辊弯机后，受到上辊和底辊的压力而发生弹塑性弯曲，弯曲程度可通过改变上辊下压量 d 、底辊间距 L 、上辊半径 R_t 和左右底辊半径 R_b 来控制。

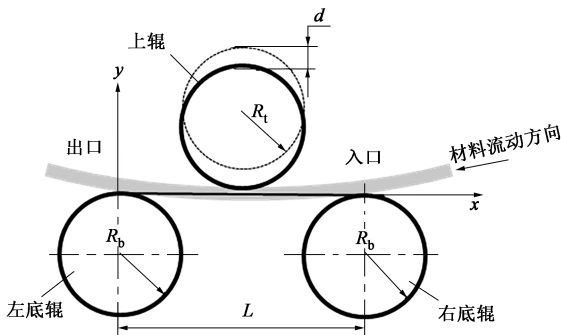


图1 对称式三辊辊弯工艺的示意图

Fig.1 Schematic diagram of symmetrical three-roll bending process

在建立辊弯过程的有限元模型时，通常采用拉

格朗日网格，这种网格随质点一起运动，因此，便于追踪弹塑性材料的受力历史。但是这种建模方案需要为大量处于辊弯机外、不发生塑性变形的坯料划分网格，降低了计算效率。注意到辊弯过程中材料的流动与流体的流动有相似之处，可以借鉴计算流体动力学中的欧拉网格^[23]，将辊弯机内的变形区视为一维流场，辊弯机的流入端和流出端分别视为流场的入口和出口（图1）。这样可以只对辊弯机内的变形区划分网格，并且该网格不会随着材料点的移动而移动。这一方面减小了单元数量，另一方面也使得工件和辊轮的接触处理变得简单。

采用欧拉直梁模型，则欧拉观点下平面辊弯的控制方程按以下方式建立^[24]。取如图1所示直角坐标系，使 x 轴从出口指向进料方向。在欧拉观点中，所有变量是空间坐标 x 的函数。记第 i 个时间步时空间坐标 x 处的曲率为 $\kappa^i(x)$ ，将该截面处的参数（包含截面尺寸、材料属性、初始曲率等）的集合记作为向量 $\mathbf{C}^i(x)$ ，塑性应变记为 $\mathbf{P}^i(x)$ 。根据本构关系，弯矩 M 可以由变形程度即曲率、截面形状、材料参数以及塑性应变确定，那么经过1个时间步，空间点 x 处的弯矩增量 $\Delta M_{\text{ex}}(x)$ 为：

$$\Delta M_{\text{ex}}(x) = M(\kappa^{i+1}(x), \mathbf{C}^{i+1}(x), \mathbf{P}^{i+1}(x)) - M(\kappa^i(x), \mathbf{C}^i(x), \mathbf{P}^i(x)) \quad (1)$$

由于材料的水平流动，第 $(i+1)$ 步时位于 x 处的截面和第 i 步时位于 $(x+\Delta s)$ 处的截面为同一个，即 $\mathbf{C}^{i+1}(x) = \mathbf{C}^i(x+\Delta s)$ ，其中， Δs 为1个时间步内通过该截面的进料长度，在小变形假设下其与坐标 x 无关。则式（1）可改写为：

$$\Delta M_{\text{ex}}(x) = [M(\kappa^{i+1}(x), \mathbf{C}^i(x+\Delta s), \mathbf{P}^i(x+\Delta s)) - M(\kappa^i(x), \mathbf{C}^i(x+\Delta s), \mathbf{P}^i(x+\Delta s))] + [M(\kappa^i(x), \mathbf{C}^i(x+\Delta s), \mathbf{P}^i(x+\Delta s)) - M(\kappa^i(x), \mathbf{C}^i(x), \mathbf{P}^i(x))] \quad (2)$$

将式（2）中的第1项写为 x 处曲率增量乘以刚度的形式，表达式为：

$$M(\kappa^{i+1}(x), \mathbf{C}^i(x+\Delta s), \mathbf{P}^i(x+\Delta s)) - M(\kappa^i(x), \mathbf{C}^i(x+\Delta s), \mathbf{P}^i(x+\Delta s)) = k_b^{i+1}(x) \Delta \kappa(x) \quad (3)$$

式中： k_b^{i+1} 为截面参数集合为 $\mathbf{C}^i(x+\Delta s)$ 、塑性应变为 $\mathbf{P}^i(x+\Delta s)$ 时的割线弯曲刚度； $\Delta \kappa(x)$ 为 x 处曲率在第 $(i+1)$ 步内的增量。

式（3）中的第2项记为 $-\Delta M_a$ ，表示空间点 x 处的构型不变，而截面参数改变引起的内力不平衡量。于是式（3）可简写为：

$$k_b^{i+1}(x) \Delta \kappa(x) = \Delta M_{ex}(x) + \Delta M_a(x) \quad (4)$$

对比通常的拉格朗日观点的欧拉梁方程发现, 式(4)仅多了一项 ΔM_a , 而该项在计算第 $(i+1)$ 步时是已知的, 因此, 在进行有限元模拟时, 可以将该项当作一个额外的载荷项处理。这种方法可以称为虚拟载荷法^[24]。这样在小变形的范围内, 式(4)可以用与经典梁单元完全相同的方式进行有限元离散^[25], 刚度矩阵、载荷向量的计算公式是完全相同的。

由于欧拉网格不随材料点移动, 各辊轮与工件的接触点位置是固定的, 因此, 其对工件的位移限制可以直接通过代数方法施加。于是辊弯问题的模拟步骤为:

(1) 模拟调辊过程: 将两个底辊间的变形区空间等分为若干单元, 将初始平直的工作件置于其中; 初始化各单元高斯积分点处的塑性应变 \mathbf{P} 和截面参数集合 \mathbf{C} ; 设置底辊处的两节点为简支边条件, 上辊处节点的横向自由度为下压量, 进行弹塑性求解, 更新塑性应变 \mathbf{P} 。

(2) 模拟材料流动: 取每一时间步的进料长度恰为单元长度 l , 那么每次流动时各单元的塑性应变 \mathbf{P} 和截面参数集合 \mathbf{C} 整体向出口方向平移一格即可; 最右侧单元的参数则采用流入坯料的初始参数。

(3) 平衡新增载荷: 按定义计算材料流动后的附加载荷项 ΔM_a , 进行弹塑性求解, 得到变形区的节点位移并更新塑性应变 \mathbf{P} 。

(4) 进入下一步: 返回第 3 步继续计算, 直至总辊弯长度达到预定目标。

2 不考虑厚度误差时的情形

进行蒙特卡洛分析前, 先考虑板料厚度没有误差时的情形, 以验证提出模拟方案的正确性。

如图 1 所示, 对称式三辊辊弯机的参数为: 底辊间距 $L = 300 \text{ mm}$, 上辊和底辊的半径 $R_1 = R_2 = 25 \text{ mm}$, 下压量 $d = 2.7 \text{ mm}$; 板料初始平直, 名义厚度为 $h = 10 \text{ mm}$, 总辊弯长度为 600 mm ; 材料为低碳钢, 在研究范围内服从理想弹塑性模型, 杨氏模量 $E = 200 \text{ GPa}$, 泊松比为 0.28 , 屈服强度为 200 MPa , 应力、应变关系如图 2 所示。

基于欧拉网格的模拟方案通过自主编程实现。变形区划分网格数为 150 个, 每个网格使用两个高斯积分点, 每个高斯点厚度方向上分为 20 层, 每步进料长度 $\Delta s = 2 \text{ mm}$ 。

为了验证本文方案的正确性, 采用平面应力单

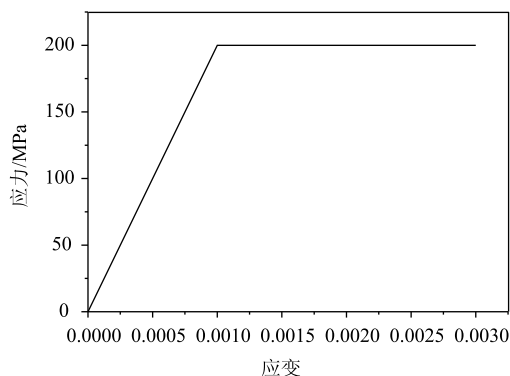


图 2 低碳钢的应力-应变模型

Fig. 2 Stress-strain model of mild steel

元建立了传统的拉格朗日有限元模型^[17], 并使网格尺寸与欧拉网格相当, 模型如图 3 所示; 辊轮与工件间设置接触对; 左底辊主动转动, 带动工件从右往左流动; 时间步长可以动态调整, 但上限为工件每步的平移量不大于 2 mm 。

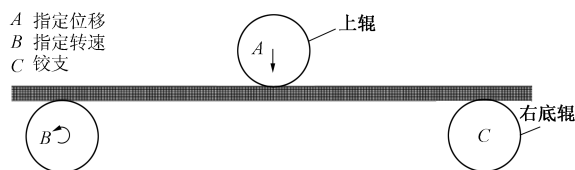


图 3 基于拉格朗日网格的辊弯有限元模型

Fig. 3 Finite element model of roll bending based on Lagrange grid

上辊处的支座反力和辊弯机出口处的工件局部曲率随辊弯长度的变化关系如图 4a 和图 4b 所示。由图 4 可见, 两种有限元模型得到的曲线几乎完全重合。辊弯长度约为 500 mm 后, 结果曲线已经趋于平直, 不再有明显变化, 表明已经达到定常流动状态。此时两种模型的结果均收敛到曲率积分法^[8]得到的理论解附近。流出变形区的工作残余应力分布如图 4c 所示, 也均与理论解吻合良好, 峰值处的差别是由于网格差异而导致的。

两种模拟方案均在 CPU 为 i7-6820HQ、内存为 32 GB 的工作站上计算, 其中采用平面应力单元的模拟耗时约 $3 \times 10^4 \text{ s}$, 而采用虚拟载荷法仅需约 590 s , 计算时间显著缩短。且从理论上而言, 传统有限元模型的时间代价随着辊弯长度的增加呈三次方增长, 而虚拟载荷法是线性增长的, 因此更加适合进行大量蒙特卡洛模拟。

3 料厚有随机误差时的情形

在第 2 节模型的基础上可进一步模拟料厚有随

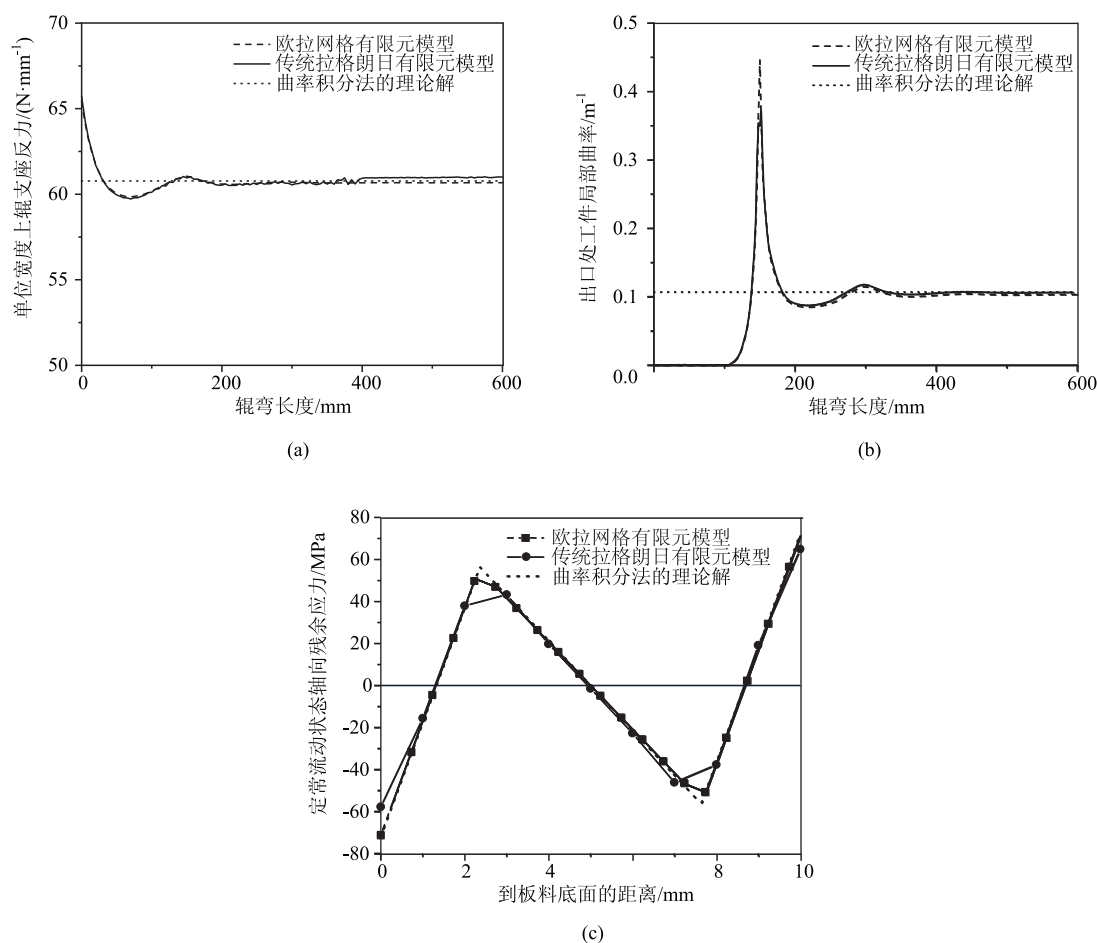


图4 不同方法的计算结果对比

(a) 单位宽度上辊支座反力 (b) 出口处工件局部曲率 (c) 定常流动状态轴向残余应力分布

Fig. 4 Comparison of calculation results by different methods

(a) Reaction force of upper roller support on unit width (b) Local curvature of workpiece at outlet

(c) Residual stress distribution along axial direction in constant flow state

机误差的情形。若取代表性长度（即厚度不发生明显改变的长度）恰等于单元尺寸，则仅需在模拟流程第2步使流入变形区的单元生成随机厚度。另一方面，当辊轮位置固定时，由于工件的厚度发生变化，有效下压量 d_{eff} 会改变，可采用3个辊轮处的厚度和下压量 d 来计算，表达式为：

$$d_{\text{eff}} = d + \frac{(h_0 + h_L + 2h_{L/2})}{4} - h \quad (5)$$

式中： h_0 、 h_L 、 $h_{L/2}$ 分别为辊弯机出口处、入口处和中点处板料的实际厚度。

在模拟流程的第3步，根据式(5)的有效下压量计算上辊处节点的位移增量。采用上述模拟方案时，若工件足够长，即相当于蒙特卡洛抽样的样本数足够多，并且变形区内各种局部厚度的组合均会出现，分析的结果具有统计意义。

通常关心的是工件厚度均匀时，定常状态下输

出产品的半径，并且会针对想要的产品半径来设计工艺参数，因此，称此半径为设计半径。然而当工件厚度不均匀时，辊弯不能达到定常状态，产品半径就不可能始终等于设计半径。于是称采用单个单元内的位移场求得的曲率半径为局部半径，称对大段工件作圆形拟合而得到的半径为宏观半径，两者与设计半径之差分别代表了产品的局部质量和整体质量。

3.1 料厚分布标准差的影响

当料厚不均匀时，以沿长度方向的厚度的平均值作为工件的名义厚度，并将不均匀性用其标准差来量化。以第2节的模型作为基准，考虑了局部厚度存在4种偏差水平下（偏差水平 $\sigma_h = 0.025 \sim 0.100$ mm）的零均值正态分布随机误差时对辊弯结果的影响。对每种偏差水平，进行辊弯长度为100 m的蒙特卡洛模拟，即样本数量为50000个。

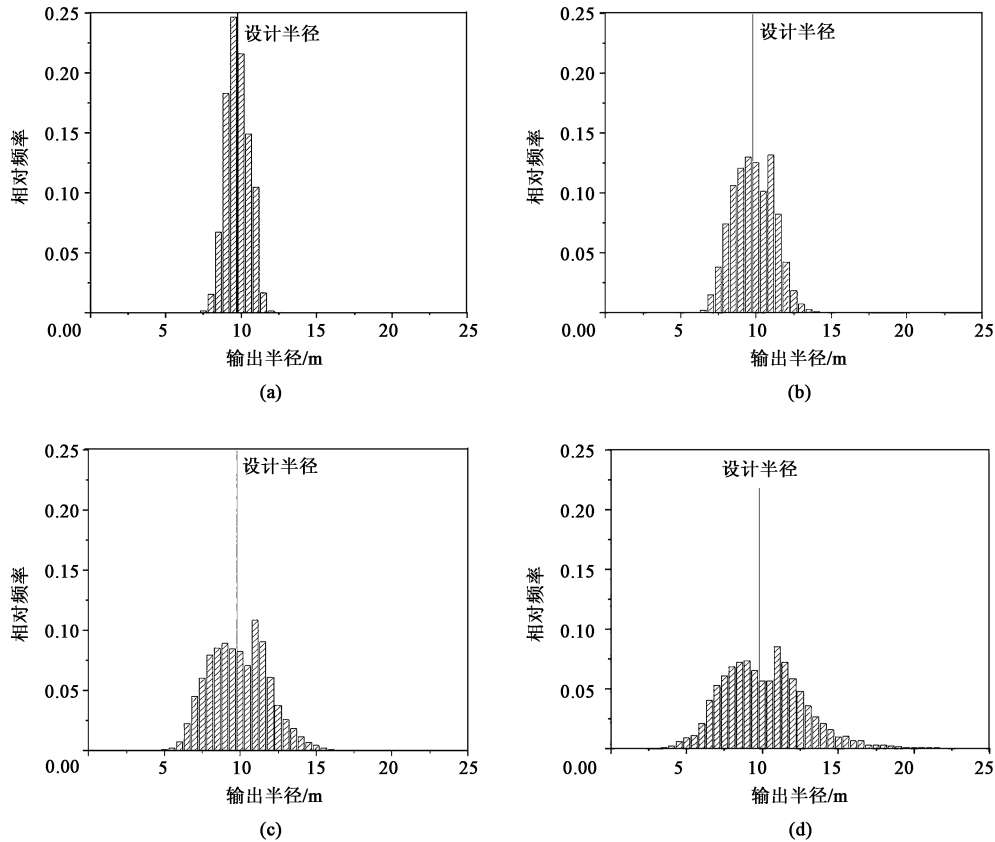


图 5 不同坯料厚度偏差的局部半径分布

(a) $\sigma_h = 0.025 \text{ mm}$ (b) $\sigma_h = 0.050 \text{ mm}$ (c) $\sigma_h = 0.075 \text{ mm}$ (d) $\sigma_h = 0.100 \text{ mm}$

Fig. 5 Distributions of local curvature radius under different blank thickness variances

各偏差水平下,产品的局部半径分布如图 5 所示。可以看到局部半径分布于设计半径的两侧,且随着厚度标准差的增大,局部半径的分布越宽,并且逐渐表现出双峰分布的特点。当厚度标准差为 0.100 mm ,即为名义厚度 $h=10 \text{ mm}$ 的 1% 时,坯料满足通常板材的厚度容差,但从图 5d 可以看出,局部半径的分布范围已经很广,标准差已达到设计半径的 25%。这表明坯料厚度随机误差对产品局部质量的影响是非常明显的。

尽管局部半径的差异较大,宏观上产品仍有较好的圆度,如图 6 所示(每 250 个节点显示 1 个),各偏差水平下利用局部半径序列重构得到的产品形状,均可用圆形很好地拟合。但拟合得到的宏观半径随坯料厚度偏差的增大而单调减小。由于宏观半径即为工程中直观观察到的产品半径,上述分析实际表明,若是在理论或数值分析中忽略了料厚的不均匀性,推导的产品半径比实际情况偏大;反之,在工程中想要得到所需半径,坯料厚度越不均匀时,越需要补偿性地减小下压量。

3.2 辊轮位置的影响

选取两组辊轮的位置参数 ($L=400 \text{ mm}$, $d=4.8 \text{ mm}$ 和 $L=200 \text{ mm}$, $d=1.2 \text{ mm}$),使之对应与第 2 节中基本相同的设计半径。重复上述蒙特卡洛模拟,得到的产品半径对设计半径归一化后的分布参数如图 7 所示,可以看到随着厚度标准差的增加,产品的局部半径分布的偏差增大,宏观半径逐渐缩小。当原始坯料和目标形状不变时,选取的底辊间距越小,局部半径的方差就越大,宏观半径与设计值间的差距也越大,表明辊弯成形越容易受到料厚不均匀性的影响。因此,从抑制随机误差的角度,工艺参数设计时应当选用较大的底辊间距。

3.3 名义厚度的影响

在第 2 节的基础上,改变名义厚度 h 为 8 和 12 mm,并调整下压量 d 分别至 3.2 和 2.4 mm,使得对应的设计半径仍与第 2 节基本相同。再次进行蒙特卡洛模拟,得到产品半径对设计半径归一化后的分布参数,如图 8 所示。可以看到尽管坯料的名义厚度不同,产品的宏观半径的下降情况是相近的。但是厚度

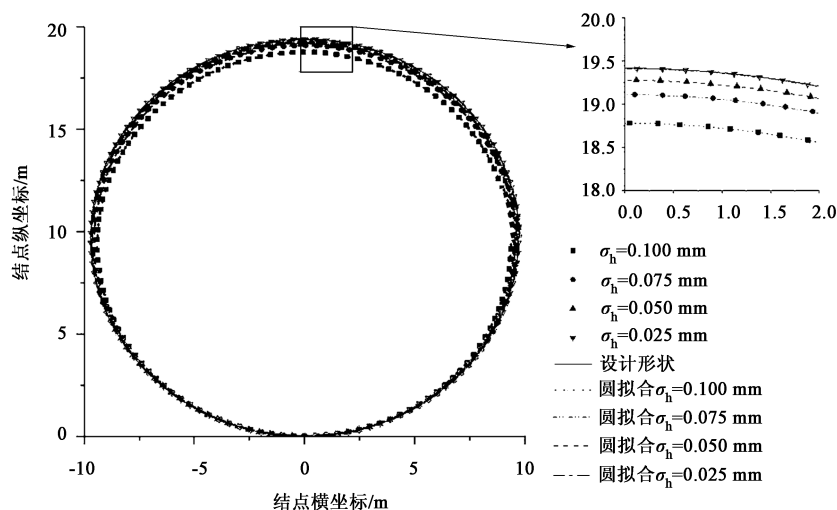


图6 重构的产品构型

Fig. 6 Reconstructed configurations of products

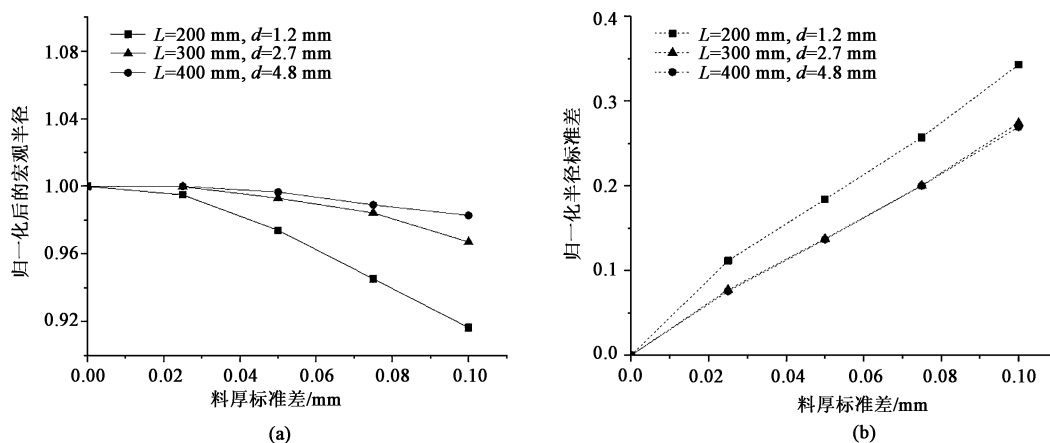


图7 辊轮位置对局部半径分布参数的影响

(a) 归一化半径 (b) 归一化半径的标准差

Fig. 7 Effects of roller positions on parameters of local curvature radius distribution

(a) Normalization radius (b) Standard deviations of normalization radius

较大时,产品局部半径的标准差较小,均匀性更好。这表明设计形状一定时,采用较厚的板料有助于提高产品的细节质量,但对产品的整体输出形状没有明显影响。

4 实验验证

为了定性验证由数值模拟得出的料厚不均匀性越大时,辊弯件宏观半径越小的结论,采用3D打印技术制备了名义料厚相等的4种条形试样,并进行了辊弯物理实验。

试样采用Ender 3V2型3D打印机制造,打印线宽为0.4 mm,层高为0.2 mm,喷嘴温度为200°,热床温度为60°,走线速度为50 mm·s⁻¹。各试样材质均为聚乳酸,宽度为15 mm,长度为200 mm,

厚度沿长度方向的分布如图9所示,具体参数见表1。可以看到试样1到试样4的名义厚度相等(均为4 mm),但均匀性逐渐变好。

采用三辊辊弯机对试样进行加工,参数统一取底辊间距 $L=150$ mm,辊半径 $R_l=R_b=55$ mm,上辊下压量 $d=24$ mm,如图10a所示。从图10b可以看出,在坯料名义厚度不变的情况下,产品的形状有明显区别,宏观半径随着料厚不均匀性的增加而减小,验证了本文的结论。

5 结论

(1) 坯料厚度在空间分布上的偏差越大,辊弯产品整体的曲率半径越小。如本文算例中厚度标准

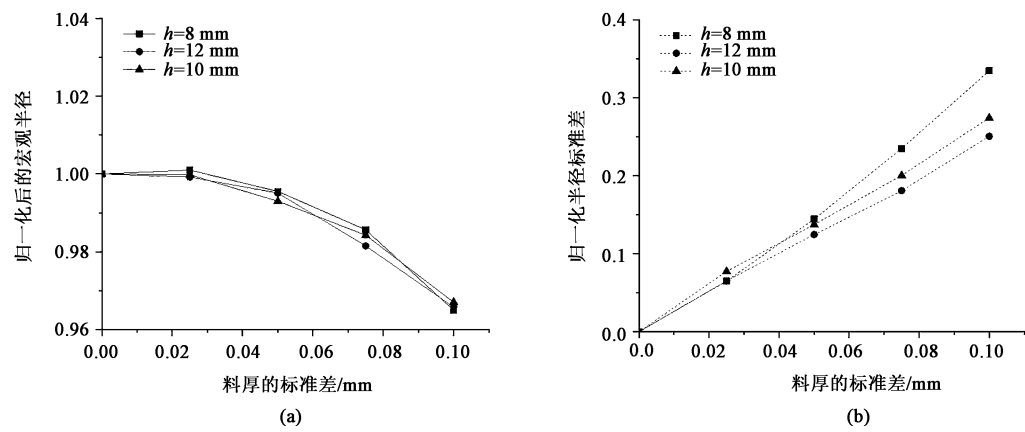


图 8 工件名义厚度对局部半径分布参数的影响
(a) 归一化半径 (b) 归一化半径的标准差

Fig. 8 Effects of nominal thickness of workpiece on parameters for local curvature radius distribution
(a) Normalization radius (b) Standard deviations of normalization radius

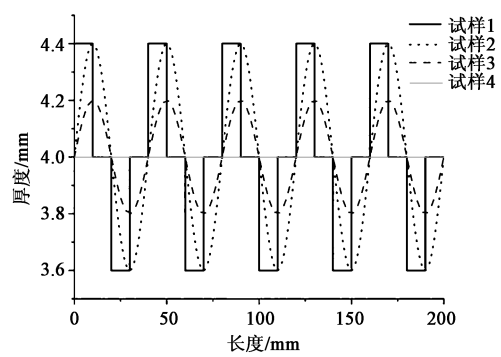


图 9 试样厚度在长度方向上的分布
Fig. 9 Distributions of sample thickness along length direction

| 表 1 4 种试样的参数 | | | | | |
|--------------------------------------|--------|---------|-----------|----------|------|
| Table 1 Parameters of four specimens | | | | | |
| 试样 | 厚度 | | | | 质量/g |
| | 厚度分布形式 | 名义厚度/mm | 厚度波动幅值/mm | 厚度标准差/mm | |
| 1 | 阶梯 | 4 | 0.4 | 0.28 | 13.6 |
| 2 | 正弦 | 4 | 0.4 | 0.28 | 13.3 |
| 3 | 正弦 | 4 | 0.2 | 0.14 | 13.6 |
| 4 | 常数 | 4 | 0.0 | 0.00 | 13.3 |

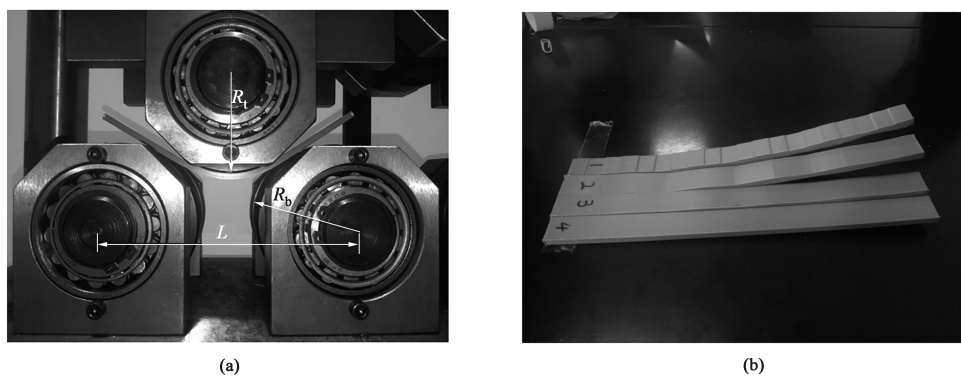


图 10 三辊辊弯机辊弯过程及结果
(a) 3D 打印件的三辊辊弯过程 (b) 试样辊弯结果

Fig. 10 Process and results of roll bending for three-roll bending machine
(a) Three-roll bending process for 3D prints (b) Roll bending results of specimen

差达到 1% 时，曲率半径缩小了近 8%。

(2) 当坯料和目标设计形状不变时，采用较大的底辊间距和下压量，能够使产品曲率半径的分布更加集中，整体形状的误差也更小。

参考文献：

[1] Bassett M, Johnson W. The bending of plate using a three-roll pyramid type plate bending machine [J]. Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 1966, 1 (5): 398-414.

- [2] Fu Z, Tian X, Chen W, et al. Analytical modeling and numerical simulation for three-roll bending forming of sheet metal [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 69 (5): 1639–1647.
- [3] Kim K W, Kim M K, Cho W Y. An analytical model of roll bending steel pipe formed by three rollers [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 104 (9–12): 4039–4048.
- [4] 黄世军, 陈凌霄, 田洪才, 等. 型材滚弯回弹影响因素研究 [J]. 塑性工程学报, 2017, 24 (4): 117–123.
Huang S J, Chen L X, Tian H C, et al. Study on the influential factors of profile roll bending springback [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2017, 24 (4): 117–123.
- [5] 付泽民, 徐佳, 张锁怀, 等. 金属板材三辊滚弯成形解析建模与数值模拟 [J]. 塑性工程学报, 2017, 24 (2): 33–39.
Fu Z M, Xu J, Zhang S H, et al. Analytical modeling and numerical simulation for three-roll bending of sheet metal [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2017, 24 (2): 33–39.
- [6] 王安恒, 薛红前, 杨艳丽, 等. 基于中性层偏移的 Z 型材滚弯成形回弹预测 [J]. 航空学报, 2019, 40 (12): 423127.
Wang A H, Xue H Q, Yang Y L, et al. Spring back prediction for Z shaped profiles in roll bending process based on neutral layer shift [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2019, 40 (12): 423127.
- [7] Wang A H, Xue H Q, Saud S, et al. Improvement of springback prediction accuracy for Z-section profiles in four-roll bending process considering neutral layer shift [J]. Journal of Manufacturing Processes, 2019, 48: 218–227.
- [8] 石祥. H 型钢矫直模型的构建与工艺参数优化 [D]. 重庆: 重庆理工大学, 2019.
Shi X. Construction of H Beam Straightening Model and Optimization of Process Parameters [D]. Chongqing: Chongqing University of Technology, 2019.
- [9] 张子骞, 颜云辉, 杨会林, 等. 平面应力下薄壁管材连续矫直压弯力学模型与数值解法 [J]. 计算力学学报, 2015, 32 (2): 212–219.
Zhang Z Q, Yan Y H, Yang H L, et al. Numerical solution and mechanical modeling of the intermesh for continuous straightening a thin-walled tube in plane stress [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2015, 32 (2): 212–219.
- [10] 王艳, 崔西民, 许光辉, 等. 三辊滚弯成形过程的回弹研究与试验分析 [J]. 塑性工程学报, 2017, 24 (5): 44–51.
Wang Y, Cui X M, Xu G H, et al. Research and experiment analysis on springback in three-roll bending process [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2017, 24 (5): 44–51.
- [11] Tran H, Champlaud H, Feng Z, et al. Analysis of the asymmetrical roll bending process through dynamic FE simulations and experimental study [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 75 (5–8): 1233–1244.
- [12] 南文明. 型材滚弯在线曲率检测技术研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2021.
Nan W M. Research on On-line Curvature Detection Technology of Profile Roll Bend [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2021.
- [13] Salem J, Champlaud H, Feng Z, et al. Experimental analysis of an asymmetrical three-roll bending process [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 83 (9): 1823–1833.
- [14] Gandhi A H, Raval H K. Analytical and empirical modeling of top roller position for three-roller cylindrical bending of plates and its experimental verification [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2008, 197 (1): 268–278.
- [15] Feng Z, Champlaud H. Modeling and simulation of asymmetrical three-roll bending process [J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2011, 19 (9): 1913–1917.
- [16] Ktari A, Antar Z, Haddar N, et al. Modeling and computation of the three-roller bending process of steel sheets [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26 (1): 123–128.
- [17] Shin J, Lee J, Kim Y, et al. Mechanics-based determination of the center roller displacement in three-roll bending for smoothly curved rectangular plates [J]. KSME International Journal, 2001, 15 (12): 1655–1663.
- [18] 赖松柏, 陈同祥, 于登云. 整体壁板填料辅助滚弯成形的动力显式分析方法 [J]. 航天器工程, 2012, 21 (3): 41–47.
Lai S B, Chen T X, Yu D Y. Dynamic explicit analysis method for roll bending forming of integrally stiffened panel with rubber filler [J]. Spacecraft Engineering, 2012, 21 (3): 41–47.
- [19] 宋华, 谭志军, 黎朝琳, 等. 车身公差分配及蒙特卡洛模拟装配验证 [J]. 四川兵工学报, 2014, 35 (1): 73–76.
Song H, Tan Z J, Li C L, et al. Tolerance allocation technique of BIW and validation by monte carlo simulation [J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2014, 35 (1): 73–76.
- [20] He Z, Zhu P F, Park S H. A robust desirability function method for multi-response surface optimization considering model uncertainty [J]. European Journal of Operational Research, 2012, 221 (1): 241–247.
- [21] 谢延敏. 基于动态 Kriging 模型的板料成形工艺稳健设计 [J]. 西南交通大学学报, 2014, 49 (1): 160–164.
Xie Y M. Robust design of sheet forming process based on dynamic Kriging model [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49 (1): 160–164.
- [22] Fyllingen Ø, Hopperstada O S, Lademoab O G, et al. Estimation of forming limit diagrams by the use of the finite element method and Monte Carlo simulation [J]. Computers and Structures, 2008, 87 (1): 128–139.
- [23] Navrat T, Petruska J. Eulerian description of rail straightening process [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 624: 213–217.
- [24] 郑子君, 王洪. 模拟滚弯非稳态过程的虚拟载荷法 [J]. 计算力学学报, 2021, 38 (1): 8–14.
Zheng Z J, Wang H. An artificial load method to simulate non-steady state of roll bending [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2021, 38 (1): 8–14.
- [25] 王勖成. 有限单元法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
Wang X C. Finite Element Method [M]. Beijing: Tsinghua University Express, 2003.